КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ

К. ТЫНЫСТАНОВ АТЫНДАГЫ ЫСЫК-КӨЛ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Кол жазма укугунда

УДК:371.3:51

ДЖАПАРОВА САЛТАНАТ НУРГОЖОЕВНА

НЕГИЗГИ МЕКТЕПТИН МАТЕМАТИКА КУРСУНДА ОКУУЧУЛАРГА ТУЮНТМАЛАРДЫ ТЕҢДЕШ ӨЗГӨРТҮП ТҮЗҮҮНҮ ОКУТУУНУН МЕТОДИКАСЫ

13.00.02 – окутуунун жана тарбиялоонун теориясы менен методикасы (математика)

Педагогика илимдеринин кандидаты окумуштуулук
даражасын изденип алуу үчүн жазылган

ДИССЕРТАЦИЯ

Илимий жетекчи:
Педагогика илимдеринин кандидаты,
доцент Биймурсаева Б.М.

Бишкек-2020

М А З М У Н У

КИРИШҮҮ

Изилдөөнүн актуалдуулугу. Билим берүү бүгүнкү күндө дүйнө жүзүндөгү коомдук өнүгүүнүн эң маанилүү көрсөткүчтөрүнүн жана артыкчылыктуу багыттарынын бири. Адамдык капиталды инсандын жана коомдун пайдасына жумшоого жетишүү-XXI кылымдагы билим берүү системасынын өзгөчө милдети. Ушул шартта мектеп окуучуларынын сапаттуу билимге ээ болуусу алардын келечектеги ийгиликтүү кесиптик ишмердүүлүгүнүн, коомго социалдашуусунун башкы каражаты болуп саналат. Ошол себептүү негизги мектепте окуучулардын таанып билүү жөндөмдүүлүгүн, базистик окуу билгичтиктерин жана көндүмдөрүн өнүктүрүүгө жагымдуу шарт түзүлбөсө, үзгүлтүксүз билим берүү системасынын кийинки этаптары натыйжалуу болбой турганы айкын. Жыл сайын жогорку окуу жайларынын студенттеринин курамын жана эмгек рыногун толуктап турган мектеп бүтүрүүчүлөрүнүн даярдыгын жакшыртуу маселеси азыркы шартта жалпы билим берүүчү орто мектептин алдына курч коюлуп, аны чечүүдө башкы ролдордун бири мектептин математика курсуна таандык.

Бул жагдайга карата жүрүзүлгөн иш чаралар Кыргыз Республикасынын өкмөтү тарабынан 2011-жылы 23-августта кабыл алынган Кыргыз Республикасынын “Билим берүү жөнүндөгү” мыйзамын, анын негизинде иштелип чыккан “Жалпы орто билим берүүнүн мамлекеттик стандарты”, базистик окуу планы жана “Предметтик стандарттар” сыяктуу нормативдик документтер аркылуу ишке ашырыла баштады [60, 61, 62].

Окуучулардын окуу жетишкендиктерин улуттук баалоонун жыйынтыгы боюнча биздин республиканын мектеп окуучуларынын көрсөткүчтөрү, Эл аралык PISA-2018 изилдөө программасы аркылуу текшерүүнүн, мектептик билим берүүнү баалоонун, жалпы республикалык тестирлөөнүн жыйынтыктары математиканы окутууда бир катар проблемалардын орун алганын тастыктайт. Натыйжада биздин эң мыкты деген окуучуларыбыз эл аралык математикалык олимпиадалардын алгачкы этабында эле төмөнкү баллдарга ээ болгондуктан, кийинки турларга катышуудан четтеп калышат, ошондой эле жыл сайын жогорку окуу жайларына тапшыруу учурунда математика багытын тандаган абитуриенттердин саны да азайып келе жатат [140].

Табигый-математикалык предметтерди гумандаштыруу маселеси көтөрүлүп, билим берүүнүн жаңы мазмунуна өтүп жаткан шартта негизги мектептин математика курсу өгзөчө көңүл бурууну талап кылат, анткени окуучулардын маанилүү математикалык билим, билгичтик жана көндүмдөрү ушул этапта калыптанып, билим алуунун кийинки баскычына өтүүгө жана башка предметтерди (физика, химия, информатика ж.б.) окуп үйрөнүүгө фундамент болот.

Негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөр борбордук орунду ээлейт, ал өзүнчө тема же бөлүм менен чектелбестен бир мазмундук - методикалык багытка бириккен. Окуучулардын алгебралык теңдеш өзгөртүп түзүүлөргө тиешелүү билгичтиктерин жана көндүмдөрүн калыптандыруу негизги мектептин математика курсунун башкы милдеттеринин бири. Анткени теңдеш өзгөртүп түзүүлөр теңдемелерди жана барабарсыздыктарды чыгарууда, функцияны изилдөөдө, геометриялык маселелерди чыгарууда кеңири колдонулат, анын прикладдык мааниси чоң жана окуучулардын математикалык маданиятын, аналитикалык методдор тууралуу түшүнүктөрүн өнүктүрүүнүн баалуу каражаты болуп саналат. Ошол себептүү туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүнү окутуунун ички резервдерди табуу, заманбап технологияларды колдонууну оптималдуу уюштуруу максатка ылайык.

Өсүп келе жаткан жаш муундарга билим берүү жана тарбиялоонун педагогикалык негиздерин В.В.Давыдов, А.С.Макаренко, В.А.Сухомлинский ж.б. сыяктуу көрүнүктүү педагогдор өздөрүнүн илимий эмгектеринде карашкан [45, 93, 138], ал эми психологиялык-педагогикалык негиздерин изилдөө В.А.Крутецкий, И.Я.Лернер, С.Л.Рубинштейн, Л.М.Фридман ж.б. тарабынан жүргүзүлгөн [80, 88, 119, 149].

Мектептин алгебра курсун окутуунун методикалык маселелерин изилдөөдө белгилүү окумуштуу-методисттер А.А.Абдиев, Акматкулов А.А., Ш.А.Алиев, А.Байзаков, Ж.У.Байсалов, И.Б.Бекбоев, Б.М.Биймурсаева, К.Жусупов, М.Иманалиев, С.К.Калдыбаев, Ю.Н.Колягин, Ш.М.Майлиев, С.С.Салыков, Е.Е.Син, М.Султанбаев, К.М.Төрөгелдиева, П.М.Эрдниев ж.б. олуттуу салым кошушту [1, 8, 9, 15, 16, 32, 33, 55, 67, 71, 76, 92, 123, 129, 136, 144, 154]. Аталган окумуштуулардын эмгектеринде мектептин алгебра курсунда сунуш кылынуучу негизги түшүнүктөрдү, алардын аныктамаларын киргизүүнүн жана калыптандыруунун конкреттүү-индуктивдик жана абстрактуу-дедуктивдик ыкмалары иштелип чыккан. Алгебра сабактарынын эффективдүүлүгүн жогорулатуунун жолдору такталып, окутуунун тиешелүү каражаттары илимий-методикалык жактан негизделип берилген. Республиканын билим берүү тармагын жаңы баскычка көтөрүүгө өз салымын кошо турган окуу китептери (алгебра курсу боюнча) жазылып, сунушталууда.

Кыргыз окумуштуу-методисттери И.Б.Бекбоев, Б.М.Биймурсаева теңдемелерди окутуунун методикасына токтолуу менен тригонометриялык теңдештиктердин өзгөчөлүктөрүнө, теңдеш өзгөртүп түзүүнү аткарууда предмет аралык байланыштарга көңүл бөлүшкөн (2003). К.М.Төрөгелдиева VII-IX класстарда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун жекече методикасын караган (2014). Ш.М.Майлиев, Г.Т.Мунапысова теңдеш өзгөртүүлөрдүн айрым түрлөрүн окутуунун маселелерине токтолушкан (2005). М.Султанбаев VII-VIII класстардын окуучулары үчүн алгебра боюнча билимин өз алдынча өркүндөтүүгө карата көнүгүүлөр системасын сунуштаган (2017).

И.В.Доржиева, Н.А.Ильина, С.А.Моркин, К.О.Одинамадов, П.Ю.Романов, Е.А.Седованын акыркы мезгилдеги диссертациялык изилдөөлөрү орто мектепте туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун проблемаларына арналып, окутуунун практикалык-прикладдык багытын күчөтүү, башка математикалык түшүнүктөр менен байланышын ачып көрсөтүү, предмет аралык байланыштарды ишке ашыруу маселери каралган

Жакынкы чет өлкөлөрдүн окумуштуулары И.В.Доржиева, Н.А.Ильина, С.А.Моркин, К.О.Одинамадов, П.Ю.Романов, Е.А.Седованын акыркы мезгилдеги диссертациялык изилдөөлөрү орто мектепте туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун проблемаларына арналып, окутуунун практикалык-прикладдык багытын күчөтүү, башка математикалык түшүнүктөр менен байланышын ачып көрсөтүү, предмет аралык байланыштарды ишке ашыруу маселери каралган [52, 66, 107, 112, 118, 127].

Жогорку авторлордун илимий эмгектеринин арбын болушуна карабастан, салттуу окуу материалынын катарына кирген туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда заманбап каражаттарды колдонууга байланыштуу изилдөөлөрдүн жетишсиздиги байкалды. Илимий-методикалык адабияттарга, окуу китептерине жүргүзүлгөн иликтөөлөр туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуу процессинде атайын көнүгүүлөр системасынын колдонуу менен мультимедиалык каражаттарды пайдаланууну эффективдүү уюштуруу маселелеринин учурдагы актуалдуулугун ачыктап, төмөндөгүдөй карама-каршылыктардын орун алганын көрсөттү:

- математикалык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн кеңири прикладдык мааниси менен аларды окутуунун учурдагы методикалык проблемаларынын чечилишине арналган эмгектердин жетишсиздиги;
- ар түрдүү математикалык маселелерди чыгарууда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүгө негиз болуучу атайын көнүгүүлөр (мультимедиалык) системасынын иштелип чыкпагандыгы;
- окуучуларды туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө үйрөтүүдө заманбап мультимедиалык каражаттардан жетиштүү деңгээлде колдонулбагандыгы.

Көрсөтүлгөн карама-каршылыктардын негизинде окуучуларды математикалык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө үйрөтүүнүн эффективдүү ыкмаларын жана заманбап каражаттарын иштеп чыгуу проблемасы келип чыгат. Жогоруда белгиленген проблемаларды жана карама-каршылыктарды чечүү зарылдыгы “**Негизги мектептин математика курсунда**

окуучуларга туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун методикасы” деген теманы тандап алууга түрткү берди.

Изилдөө темасынын мекемелердин илимий-изилдөө иштеринин планы менен байланышы. Диссертациялык иш К.Тыныстанов атындагы Ысык-Көл мамлекеттик университетинин “Жогорку математика, математика жана информатиканы окутуунун технологиялары” кафедрасынын “Математикалык түшүнүктөр, теоремалар жана далилдөөлөрдү окутууда окуучулар жана ЖОЖдордун кенже курстарынын студенттеринин чыгармачылык өз алдынчалыгын инновациялык технологияларды иштеп чыгуу менен жетилтүү” аттуу жалпы теманын алкагында аткарылды.

Изилдөөнүн максаты: Негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуу методикасын атайын көнүгүүлөрдүн системасын түзүү жана мультимедиалык каражаттарды колдонуу аркылуу өркүндөтүү.

Изилдөөнүн милдеттери:

1. Негизги мектепте математикалык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн теориялык жана практикалык абалын анализдөө, ордун, маанисин ачып көрсөтүү, андагы проблемаларды аныктоо.

2. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү камсыз кылуучу атайын көнүгүүлөр (мультмедиалык) системасын иштеп чыгуу.

3. Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууну заманбап техникалык каражаттарды (интерактивдүү доска, LearningApps.org, Learme, SMART Notebook) пайдалануу аркылуу өркүндөтүү.

4. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн окутуу методикасынын натыйжалуулугун педагогикалык эксперимент аркылуу текшерүү.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы жана теориялык маанилүүлүгү:

- негизги мектептин окуучуларын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө үйрөтүүдө орун алган карама-каршылыктардын жана анын негизинде пайда болгон проблеманын формли-ровкаланышы;

- туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналган атайын көнүгүүлөр системасын түзүүгө коюулуучу талаптардын, көнүгүүлөр системасынын жана аны окутуу процессинде колдонуунун методикасынын иштелип чыгышы;

- математикалык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүдө заманбап каражаттарды (интерактивдүү доска, LearningApps.org, Learme, SMART Notebook) колдонуунун дидактикалык мүмкүнчүлүктөрүнүн ачылып бериши;

- туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун методикасын өркүндөтүүнүн натыйжалуулугун текшерүүгө карата эксперименталдык ишти жүргүзүү үчүн атайын критерийлердин иштелип чыгышы.

Изилдөөнүн практикалык мааниси. Негизги мектеп курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналган көнүгүүлөр жана заманбап каражаттарды колдонуу боюнча методикалык сунуштар Кыргыз Республикасынын мектептеринде математика предметин окутууда, мугалимдердин квалификациясын жогорулатуу курстарында колдонууга жарактуу.

Коргоого коюлган негизги жоболор:

1) негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун орду жана мааниси, ал процессти ишке ашыруудагы карама-каршылыктар жана көйгөйлөр;

2) туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө карата атайын көнүгүүлөр (мультимедиалык) жана аларды сабакта колдонуунун методикасы;

3) туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда мультимедиалык каражаттарды (интерактивдүү доска, LearningApps.org, Learme, SMART Notebook) колдонуунун методикасы;

4) туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн методикасын өркүндөтүүнүн натыйжалуулугун тастыктоочу педагогикалык эксперименттин жыйынтыктары.

Изденүүчүнүн өздүк салымы. Негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда заманбап каражаттарды колдонуунун дидактикалык мүмкүнчүлүктөрүнүн ачыкталышы жана атайын критерийлердин негизинде маселелердин топтомунун иштелип чыгышы, окутуу методикасынын сунушталышы, изилдөөнүн натыйжалуулугун тастыктоочу педагогикалык эксперименттин жүргүзүлүшү, анын жыйынтыктарынын сандык жана сапаттык жактан анализдениши. Ошондой эле, изилдөөчү тарабынан «Рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун усулу» методикалык колдонмосунун иштелип чыгышы.

Изилдөөнүн жыйынтыгынын апробацияланышы. К.Тыныстанов атындагы Ысык-Көл мамлекеттик университетинде (2006-2018-жж.), Ж.Алышбаев атындагы Ысык-Көлдөгү кооперациялык институтунда (2008), И.Раззаков атындагы Кыргыз мамлекеттик техникалык университетинде (2009), Кыргыз билим берүү академиясында (2009-2010), И.Арабаев атындагы педагогикалык университетинде (2011-2013), Башкортостан Республикасынын Стерлитамак шаарында (2013), С.Нааматов атындагы Нарын мамлекеттик университетинде (2015), Шымкент шаарындагы Түштүк-Казакстан МПИда (2015), Белгород шаарында (2016) жарык көргөн илимий-методикалык журналдарда макалалар жарыяланган.

Диссертациянын жыйынтыктарынын толук жарыяланышы.

Изилдөөнүн негизги илимий натыйжалары боюнча 2 окуу-методикалык колдонмо жана 21 илимий макала жарыяланды. Анын ичинен 1 макала Шымкент ш. (Казакстан), 1 макала Белгород ш. (Орусия), 1 макала Стерлитамак (Башкортостан Республикасы) илимий журналдарда басылып чыккан. Ал эми 7 макала КР ЖАКнын тизмесине кирген илимий журналдарда жарык көрдү.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Коюлган милдеттердин чечилишин логикалык удаалаштыгына ылайык диссертациялык иш киришүүдөн, 3 главадан (жыйынтыктары менен бирге), корутундудан, 205 аталыштагы колдонулган адабияттардын тизмесинен жана тиркемелерден турат. Диссертациянын жалпы көлөмү 150 бет, 10 таблица, 35 сүрөттү камтыйт.

Киришүүдө изилдөө темасынын актуалдуулугу, изилдөөнүн максаты, милдеттери белгиленип, изилдөөнүн этаптары, апробация жөнүндө маалымат жана изилдөөнүн жыйынтыктары берилди.

Биринчи главада туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү мектеп алгебрасынын негизги мазмундук багыты катарында каралып, окутуунун сапатын жогорулатуунун жолдору иликтөө боюнча илимий булактарга, илимий-методикалык адабияттарга анализ жүргүзүлдү. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн негизги мектептин математикасында орду, мааниси жана мазмуну, тиешелүү билгичтиктерди жана көндүмдөрдү калыптандыруунун этаптары каралды.

Экинчи главада туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн түрлөрүн заманбап каражаттар менен атайын көнүгүүлөрдү камсыз кылуу аркылуу окутуунун методикасын өркүндөтүү сунушталды.

Үчүнчү главада педагогикалык эксперименттин жүрүшү жана жыйынтыктары чагылдырылды.

Корутундуда илимий иште белгиленген милдеттер боюнча негиздүү жыйынтыктар келтирилди.

ГЛАВА I. ТУЮНТМАЛАРДЫ ТЕҢДЕШ ӨЗГӨРТҮП ТҮЗҮҮНҮ ОКУТУУНУН ТЕОРИЯЛЫК НЕГИЗДЕРИ

1.1. Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн математикалык билим берүүдөгү орду жана мааниси.

Азыркы мектепте математиканы окутууда окуу материалындагы түшүнүктөрдү терең талдоо жүргүзүү менен өздөштүрүүгө багытталган окуучунун чыгармачылык ишмердүүлүгү эсептелинет. Эске тутуу жана бышыктоонун маанисин төмөндөтүү жөнүндө сөз болгон жок, сөз алардын сабак учурунда окуучулардын активдүү чыгармачылык ишмердүүлүгү жөнүндө болуп жатат. Проблемалык тапшырмаларды аткаруу, чыгармачылык мүнөздөгү маселелерди чыгаруу, эвристикалык маанайдагы суроолорго жоопторду издөөнүн өзү билимдерди терең талдоо менен өздөштүрүүнү гана камсыз кыла албайт, бирок аларды бекем эске сактоого өбөлгө түзөт. Мына ушундай шартта, билимдерди бышыктоого арналган сабакты атайын бөлүп кароо зарылчылыгы болбой калат. Албетте, айрым учурларда билимдерди атайлап бөлүп алууга бышыктоо талап кылынат. Бул учурда материалдарды бышыктоодо жана кайталоодо атайын убакытты бөлүп алуу зарыл болот [151].

Бул боюнча белгилүү педагог окмуштуу И.Б.Бекбоев “Билим берүүнүн мазмуну негизинен төмөнкү төрт элементти камтый тургандыгын толугураак чечмелеп көрсөткөн:

1. Жаратылыш, техника, коом, адам жөнүндөгү жана ишмердүүлүктүн (эмгектенүүчүлүктүн) ыкмалары жөнүндөгү билимдердин жыйындысы;

2. Ишмердүүлүктүн буга чейин жалпыга белгилүү болгон ыкмаларын ишке ашыруунун тажрыйбалары (билимдерди практикалык жана интелектуалдык иштерде колонуунун ыкмалары, б.а. билгичтиктер жана көндүмдөр);

3. Чыгармачылык менен өз алдынча изденип эмгектенүүнүн тажрыйбасы (чыгармачылык менен эмгектенүү атайын интеллектуалдуу иштерде кездешет, аны күн мурунтан алдын ала жөнгө салынуучу аракеттердин системасы катарында көрсөтүү мүмкүн эмес);

4. Бизди курчап турган объектилерге, айлана-чөйрөдөгү алардын ар кандай көрүнүштөрүнө, адамдарга эмоциялуулук менен, адамгерчиликтүүлүк, боорукерлик менен мамиле кылуунун тажрыйбасы (тарбиялуулуктун, ыймандуулуктун белгилери)” [26, 14-б.].

Бирок, тилекке каршы мектепте предметтик билим берүүдө бул элементтердин үчүнчүсүнө жетишээрлик көңүл бурулбай келет. Математиканы окутууда окуучуларга туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө дал ушул үчүнчү элемент негиз болуп саналат.

Эгерде изилдөөлөргө таянсак, алымдары жана бөлүмдөрү ар кандай болгон натуралдык сандардан турган жалпы түрдөгү бөлчөктөрдү байыркы грек окумуштуусу Архимеддин (биздин заманга чейинки 287-211-жылдары) жазган эмгектеринде кезигет. Байыркы гректер жөнөкөй бөлчөктөр менен бардык амалдарды жүргүзгөндү билишкен. Бирок, бөлчөктүн бөлчөк сызыкча аркылуу азыркы жазылышы жок эле. Бөлчөктүн азыркы жазылышы Италия математиги Л.Фибоначчи (1180-1240) тарабынан 1202-жылы анын “Абак китебинде” киргизилген. Ага чейин бөлчөктү сөз аркылуу туюнтушкан же бөлчөктүн бөлүмүн туюнткан санды атайын жазуу менен пайдаланышкан. Ошондой эле анын оң жагына штрих коюшкан. Көп убактарга чейин бөлчөктөрдү сан деп эсептешпеген. Кээде аларды “сынык сандар” деп да аташкан. XVIII кылымда гана бөлчөктөрдү сан катары колдоно башташкан. Буга Англия окмуштуусу И.Ньютондун (1643-1727) 1707-жылы чыккан “Жалпы арифметикасы” өбөлгө түзгөн. Анда бөлчөктөр сандар катары гана кабыл алынбастан, бөлчөк жөнүндөгү түшүнүк кеңейтилип, туюнтманы экинчи туюнтмага бөлгөндөн чыккан тийинди катарында карашкан. Айрым учурда, төмөнкүдөй айтылат: бир чоңдуктун астына экинчи чоңдукка сызыкча коюп жазуу менен жогорку чоңдукту төмөнкү чоңдукка бөлгөндөн чыккан чоңдук же тийинди көрсөтүлөт [94].

Индиялык математиктер (Брамагупта - VII кылым, Махавира - IX кылым) бөлчөктөрдү азыркы жолдор менен көбөйтөт.

Иордан Неморарий көбөйтүүнүн индиялык жолун берет. Алгачкы арифметика китебинде бөлчөктөрдү көбөйтүү амалы, кошуу жана кемитүү амалдарынан кийин берилген.

Герон (I кылым) аралаш бөлчөктөрдү төмөндөгүдөй көбөйткөн.

$3\frac{63}{64}\cdot 7\frac{2}{64}$ эки аралаш бөлчөк,

3·7=21 бүтүн эки санды көбөйткөн.

$3\cdot\frac{2}{64}=\frac{6}{64}$ биринчи бөлчөктүн бүтүн бөлүгү менен экинчи аралаш бөлчөктүн бөлчөк бөлүгүн көбөйткөн,

$\frac{63}{64}\cdot 7=\frac{441}{64}$ мында тескерисинче көбөйткөн,

$\frac{63}{64}\cdot\frac{2}{64}=\frac{126}{64}:64=\frac{1}{64}+\frac{62}{4096}$ эки аралаш бөлчөктүн бөлчөктөрүн эле көбөйткөн.

Бардыгы: $21+\frac{6}{64}+\frac{441}{64}+\frac{1}{64}+\frac{62}{4096}=21\frac{448}{64}+\frac{62}{4096}=21+7+\frac{62}{4096}=28\frac{62}{4096}$.

XIII кылымдагы авторлор бөлчөктү бөлчөккө бөлүүнү төмөндөгүдөй жол менен аткарышкан: биринчи бөлчөктүн алымын (бөлүмүн), экинчи бөлчөктүн алымына (бөлүмүнө) бөлүшөт.

Мисалы: $\frac{8}{15}:\frac{2}{3}=\frac{8:2}{15:3}=\frac{4}{5}$.

XVI кылымга чейин арифметика окуу китебинде, бөлчөктөрдү бөлүү үчүн орток бөлүмгө келтиришкен. Андан кийин алымдырын алымдарына бөлүшкөн [145].

Мектеп алгебрасынын маанилүү мазмундук-методикалык багыты - барабарсыздыктар экени белгилүү. “Евклид өзүнүн атактуу трактаты “Башталмада” бир нече барабарсыздыктарды келтирген. Мисалы, ал эки оң сандардын орто геометриялык саны алардын орто арифметикалык санынан чоң эместигин, башкача айтканда $\sqrt{ав}\leq\frac{а+в}{2}$ туура экендигин далилдеген. Папп Александрийскийдин (III кылым) “Математикалык жыйнагында” эгерде $\frac{a}{в}>\frac{c}{d}$(***a, в, c*** жана ***d*** – оң сандар), анда ad>вс экендиги далилденген. Алардын бардыгында ой-жүгүртүү, көпчүлүк учурда геометриялык терминологияга таянып, оозеки жүргүзүлгөн. Барабарсыздыктардын азыркы белгилери XVII-XVIII кылымдарда эле пайда болду. “<” жана “>” белгилерин англия математиги Т.Гарриот (1560-1621) “≤” жана “≥” белгилерин француз математиги П.Буге (1698-1758) кийирген. Ошондой болсо да мектептин математика курсунда барабарсыздыктар теориясы татаал теориялардан болуп эсептелет [94].

“Ал-Хорезм теңдемелерди эки ыкма менен чыгарган:

а) ал-жабр (калыбына келтирүү), б.а. терс мүчөлөрдү теңдеменин бир жагынан экинчи жагына алып өтүү. Анткени, ал мезгилде терс сандар түшүнүгү туура эмес түшүнүк деп эсептелген. Терс сандарды теңдеменин бир жагынан экинчи жагына алып өтүү менен аларды оң сандарга айландыруу, калыбына келтирүү катары кабыл алынган.

б) ал-мукабала (карама-каршы коюу)-теңдеменин эки жагынан тең бирдей мүчөлөрдү таштап жиберүү. Бул биздин окшош мүчөлөрдү келтирүү деген менен дал келет.

Мисалы, төмөндөгүдөй теңдемени карайлы:

$8x-24=3x-9$

Чыгаруу:

“ал-жабр” ыкмасын пайдалансак, анда:

$8x+9=3x+24$.

“Ал-мукабаланы” колдонуп, акыркы теңдеменин эки жагынан тең 3х жана 9 ду кемитип, төмөндөгү теңдемени алабыз:

$5x=15$. Мындан $x=3$.

Алгебра деген сөз ал-Хорезминин “Китаб ал-жабр ва-л-мукабала” эмгегинин аталышынан келип чыккан” [63, 154-б.].

Теңдеменин тамырларынын анын коэффициенттеринен көз карандылыгын туюнтуучу формула Виет тарабынан 1591-жылы чыгарылган. Азыркы белгилөөлөрдө квадраттык теңдеме үчүн Виеттин теоремасы төмөндөгүчө: $(a+в)x-x^2=aв$ теңдеменин чыгарылышы ***а*** жана ***в*** сандары болушат [145].

Туюнтмаларды тендеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуу маселесинин ар түрдүү аспектилери математиканы окутуунун методикасында кеңири каралып келе жатат. Акыркы мезгилдеги И.В.Доржиева, Н.А.Ильина, С.А.Моркин, К.О.Одинамадов, П.Ю.Романов, Е.А.Седованын диссертациялык изилдөөлөрү да ушул проблемага арналган.

И.В.Доржиева диссертациялык ишинде негизги мектептин математика курсунда окуучулардын алгебралык өзгөртүп түзүүлөрдү аткаруу маданиятын жогорулатуу, окутуунун практикалык-прикладдык багытын күчөтүү маселелерине кайрылган. Ал “алгебралык өзгөртүп түзүүлөрдү аткаруу маданияты математикалык маданияттын негизги бөлүгү”-деп караган [52]. Н.А.Ильинанын изилдөөсү теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун функция жана теңдемелер менен байланышын ачып көрсөтүүгө арналган [66]. С.А.Моркиндин диссертациялык ишинде теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда алгоритмдерди түзүү ыкмасын колдонуу маселеси каралган [107]. К.О.Одинамадовдун диссертациясында окуучулардын изилдөө ишмердүүлүгүнө дидактикалык анализ жүргүзүүнүн негизинде көп мүчөлөрдү жана рационалдык бөлчөктөрдү теңдеш өзгөртүп түзүүнүн ыкмаларын калыптандыруунун шарттары изилденген [112]. П.Ю.Романовдун диссертациялык изилдөөсү теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткаруу көндүмдөрүн калыптандырууда маселелердин ролун ачып көрсөтүүгө арналган [118]. Е.А.Седова диссертациясында азыркы коомдук-экономикалык абалды эске алуу менен гуманитардык багыттагы класстар үчүн эсептөө жана өзгөртүп түзүүлөр менен байланышкан окуу материалынын негизинде мектептеги математиканын альтернативдүү курсун түзүү маселесин караган [127].

Ошондуктан математика боюнча сабактын мазмуну билим берүүчүлүк, тарбиялоочулук жана өнүктүрүүчүлүк комплекстүү милдеттер ийгиликтүү ишке ашырылгандай тандалып алынууга тийиш. Тандалып алынган билимдердин тарбиялоочулук мүмкүнчүлүктөрү максималдуу чагылдырылгандай болуусуна өзгөчө көңүл буруу зарыл. Албетте ар бир сабактын мазмуну программанын талаптарына туура келип, дидактиканын принциптеринен эске алуу менен түзүлүшү зарыл. Сабактын эффективдүүлүгүн жогорулатууда аны өткөрүүгө карата болгон даярдык чечүүчү мааниге ээ экени талашсыз. Мында негизги көңүл окуу текстиндеги логикалык –дидактикалык анализ жүргүзүүгө бурулушу керек.

Математика боюнча мектептин программасында туюнтмаларды өзгөртүп түзүүлөргө алгебра курсун окутууга кеткен убакыттын дээрлик жарымы жумшалат. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөр өзүнчө тема же бөлүм менен чектелбестен, бир мазмундук-методикалык багытка бириккен.

“Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү, теңдемелердин, барабарсыздыктардын системаларын чыгаруу алгоритмин пландаштыруу сыяктуу негизги түшүнүктөрдү өздөштүрүүгө даярдайт” [105, 26-б.].

Т.А.Абдрахмановдун “Азыркы билим берүүдөгү компетенттик мамиле” деген эмгегинде “2400 жыл илгери кытай философу Конфуций мындай деген: “Угам-унутуп калам, көрөм-эстеп калам, жасайм-түшүнөм”. Мына бул сөздөр окутуунун интерактивдүү усулдарын тандап алган мугалим үчүн ураан болуп калды. Интерактивдүү окутууну ишке ашыруунун көптөгөн технологиялары бар.

Азыркы педагогикада окуучунун ишмердүүлүгүн 4 негизги формасын бөлүп карашат: 1) жуптук (окуучу-окуучу, окуучу-мугалим); 2) топтук (мугалим-класс); 3) кооперативдик (окуучулар бири-бирин үйрөтөт); 4) индивидуалдык (окуучунун өз алдынча иши)” [3, 111-112 б.].

К.М.Төрөгелдиеванын “Математиканы окутуунун теориясы жана методикасы” деген эмгегинде теңдештиктерди инсерт технологиясы менен берүү көрсөтүлгөн.

“Теңдештиктерди далилдөөдө төмөнкү ыкмалар колдонулат.

1. Теңдештиктин сол жагын өзгөртүп оң жагына барабар экендигин далилдейбиз (же тескерисинче).
2. Теңдештиктин сол жана оң жагындагы туюнтмалар теңдеш өзгөртүү менен бир эле түргө келтирилет.
3. Теңдештиктин сол жагы менен оң жагынын айырмасы нөлгө барабар

экендиги далилденет.

1.1.1-таблица. Теңдештиктерди инсерт технологиясы менен берүү.

Тааныш маалыматтар	**Жаңы маалыматтар**	**Маалыматтар менин тажрыйбама карама-каршы турат, тексттин мазмунунда карама-каршылык бар.**	**Түшүнгөн жокмун тактоо керек.**
Өзгөрмө, туюнтма, туюнтманын мааниси, барабардык, коэффициент.	Теңдеш барабар туюнтмалар, теңдештиктер, теңдеш өзгөртүү.	Өзгөрмөлөрдүн каалаган маанисинде туюнтмалардын тиешелүү маанилери барабар экендигинин келип чыгышы.	

Теңдештиктер да барабардыктар болгондуктан, бул касиеттер алар үчүн да пайдаланылат. Бирок, теңдештиктерди теңдемелер менен чаташтырууга болбойт. Алар эки башка түшүнүктөр.

Ал эми **“Инсерт технологиясы”** эффективдүү окууга жана ой-жүгүртүүгө жардам берүүчү маалыматтар жана негизги белгилер (маркировкалар) менен иштөө. Бул текстүү маектешүү менен иштөө ыкмасы жана маалыматтарды тактоо, түшүнүү каражаты болуп эсептелинет” [142, 90-91 б.].

Ар бир математикалык маселени аналитикалык жол менен чыгаруу, тигил же бул теңдеш өзгөртүүнү колдонуу аркылуу ишке ашырылат.

И.В.Доржиева белгилегендей, мектептин алгебра курсунун методикасын төмөнкү мазмундук-методикалык багыттар аркылуу бөлүп көрсөтөт:

- сандык;
- теңдеш өзгөртүп түзүүлөр;
- теңдемелер жана барабарсыздыктар;
- функционалдык;
- алгоритмдик (компьютердик)” [52, 10-б.].

Негизги мектептин математика курсунда туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөр мазмундук-методикалык багыты боюнча башкы орундардын бирин ээлеп, алар сандар, теңдемелер жана барабарсыздыктар, функциялар, геометрия менен тыгыз байланышта болот. (1.1.1-сүрөт).

1.1.1.-сүрөт. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн мазмундук-методикалык багытынын байланыштары

Эми ушул байланыш аркылуу туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн негизги мектептин математикасында ордун тактап көрөлү.

Сандар. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн мектептин математикасында сандар менен байланышы теориялык дагы, практикалык дагы деңгээлде бирдей салмакта турат. Окуучулардын эсептөө маданиятын жогорулатууда, эсептөө көндүмдөрүн калыптандырууда анын мааниси чоң. Сан түшүнүгүнүн кеңейиши, сандар менен болгон жаңы амалдар (даража, квадраттык тамыр) теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн татаалдашына алып келет. Тажрыйба көрсөткөндөй, окуучулардын рационалдык сандар менен болгон амалдарды начар өздөштүрүүсү теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткарууга чоң тоскоолдук болот. Мисалы, бөлчөк, терс сандар менен болгон амалдарды аткарууда кетирилген каталар түздөн-түз алгебралык өзгөртүп түзүүлөрдүн жыйынтыгына таасир этет. Мисалы,

$$-4{,}3а+4{,}3\cdot\frac{1}{2}с-4{,}3в^2=-4{,}3(а+\frac{1}{2}с-в^2);$$

$$-10{,}5ав\cdot 4с\cdot(-2\frac{1}{2})=-(10{,}5\cdot 4\cdot 2\frac{1}{2})авс=-105авс.$$

Теңдемелер жана барабарсыздыктар. Негизги мектепте окуучулардын математикалык түшүнүктөр теңдемелер жана барабарсыздыктар тууралуу теориялык билимдери кеңейип, тиешелүү билгичтиктери жана көндүмдөрү калыптанат. Окуучулардын теңдемелер жана барабарсыздыктарды чыгаруу билгичтиктеринин жана көндүмдөрүнүн калыптанышы теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү өздөштүрүүсүнө жараша болот. Сызыктуу теңдемелерди жана барабарсыздыктарды чыгарууда окшош мүчөлөрдү жыйноо, кашаага алуу, чыгаруу, эки жагын тең нөлдөн айырмаланган санга көбөйтүү сыяктуу өзгөртүп түзүүлөр аткарылат. Ал эми $ax^2+вx+c=0$ түрүндөгү квадраттык теңдемени чыгаруу алгоритм боюнча жүргүзүлөт. Мында $a \neq 0$, ***а, в, с*** ар кандай анык сандар, ***х*** өзгөрмө. $ax^2+вx+c=0$ квадраттык теңдемедеги ***в*** жана ***с*** сандарынын жок дегенде бири нөлгө барабар болуп калышы мүмкүн. Анда: $в=0$, болсо $ax^2+c=0$; же $c=0$, $ax^2+вx=0$; же $в=0$, $c=0$ болсо, $ax^2=0$ теңдемелери толук эмес квадраттык теңдемелер деп аталат.

$ax^2=0$ теңдемесинин чыгарылышы 0 экендиги көрүнүп турат. $ax^2+вx=0$ теңдемесин чыгаруу үчүн $x(ax+в)=0$ деп теңдеш өзгөртүп алып, $x_1=0$ же $ax_2+в=0$, $ax_2=-в$, $x_2=-\frac{в}{a}$ эки тамырды алууга болот. Ошентип, 0 жана $-\frac{в}{a}$ сандары $ax^2+вx=0$ теңдемесинин тамырлары.

Эми $ax^2+вx+c=0$ **(1)** теңдемесинин жалпы учуру үчүн чыгарылышын карайлы. Бул учурда төмөндөгүдөй өзгөртүп түзүүлөр аткарылат.

Теңдеменин бардык мүчөлөрүн ***а*** га бөлүп, ага тең күчтүү болгон

$x^2+\frac{в}{a}x+\frac{c}{a}=0$ **(2)**

теңдемесин алабыз. Мындан эки туюнтманын суммасынын квадратын бөлүп алалы. Ал үчүн теңдемедеги х ти биринчи, $\frac{в}{a}$ ны экинчи деп, $(x+\frac{в}{a})$ суммасын алабыз. Анда $\left(x+\frac{в}{2a}\right)^2 = x^2 + 2\frac{в}{2a}x + \left(\frac{в}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{в}{a}x + \left(\frac{в}{2a}\right)^2$, демек,

$$x^2+\frac{в}{a}x+\frac{c}{a} = \left(x+\frac{в}{2a}\right)^2 - \left(\frac{в}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = \left(x+\frac{в}{2a}\right)^2 - \frac{в^2-4ac}{4a^2} \quad \textbf{(3)}$$

Мындан $\left(x+\frac{в}{2a}\right)^2 = \frac{в^2-4ac}{4a^2} \Rightarrow x_{1,2} = -\frac{в}{2a} \pm \frac{\sqrt{в^2-4ac}}{2a} = \frac{-в \pm \sqrt{в^2-4ac}}{2a}$ **(4)**.

(1)$\rightarrow$**(4)** бул теңдеш өзгөртүү менен алынды. **(4)** теңдемедеги ***в²-4ас*** туюнтма квадраттык теңдеменин **дискриминанты** деп аталат. $\frac{в^2-4ac}{4a^2}$

туюнтмадагы $4a^2>0$, демек, **(1)** теңдеменин тамырларынын саны, алардын оң же терс болушу дискриминантка байланыштуу, $в^2-4ac=D$ [94].

Ал эми 8-класста теңдемелер системасын, бөлчөктүү-рационалдык теңдемелерди чыгарууда аткарылуучу теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү өздөштүрүү убакытты, системалуулукту талап кылат.

Мисалы. Төмөндөгү теңдемелер системасын чыгаргыла: $\begin{cases} x^2 - 3xy - 2y^2 = 2, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$

Экинчи теңдемеден *x* өзгөрмөсүн *y* аркылуу туюнтабыз:x=1-2y

Биринчи теңдемеге x тин ордуна 1-2y туюнтмасын коюп, y өзгөрмөлүү теңдемени алабыз: $(1-2y)^2-3(1-2y)y-2y^2=2$.

Акыркы теңдемени жөнөкөйлөтүп, төмөнкү квадраттык теңдемени алабыз: $8y^2-7y-1=0$.

Аны чыгарып, $y = -\frac{1}{8}$, $y_2=1$ экендигин табабыз.

y тин табылган маанилерин x=1-2y формуласына коёбуз.

$y = -\frac{1}{8}$ маанисин x=1-2y формуласынакоюп, төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$x_1 = 1 - 2\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{5}{4}$$

$y_2=1$ маанисин x=1-2y формуласына коюп, төмөндөгүнү алабыз:

$$x_2=1-2*1=-1.$$

Ошентип, система эки чыгарылышка ээ болот:

$x_1 = 1\frac{1}{4}$, $y_1 = -\frac{1}{8}$ жана $x_2=-1$, $y_2=1$.

Жоопту түгөй сан түрүндө: $\left(1\frac{1}{4}; -\frac{1}{8}\right)$, (-1;1) деп жазууга болот [68].

Ал эми барабарсыздыктарды далилдөө жалаң теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү талап кылат.

Мисалы, 18+6x>0 **(1)** барабарсыздыгы 6x>-18 **(2)** барабарсыздыгына теңдеш өзгөрттүк. $6x>-18 \Rightarrow x>-3$. Демек, 18+6x>0 барабарсыздыгын теңдеш өзгөртүп келип x>-3 барабарсыздыгына келдик. **(1)** жана **(2)** барабарсыздыктардын тең күчтүү экендигин далилдейбиз. А саны **(1)** барабарсыздыктын чыгарылышы болсун, б.а. аны туура 18+6x>0 сан барабарсыздыкка айландыралы. Ушул барабарсыздыктын эки жагына тең -18 санын кошуп, туура 18+6а-18>0-18 б.а. 6а>-18 барабарсыздыгын алабыз. Бул болсо, а саны **(2)** барабарсыздыктын чыгарылышы дегендикке жатат [94].

Функционалдык багыт. Функция - реалдуу чындык менен түздөн-түз байланышкан математика илиминин фундаменталдык түшүнүктөрүнүн бири. Анда чыныгы дүйнөнүн тынымсыз өзгөртүп турушу, ар кандай чоңдуктардын өз ара байланышы ачык көрүнүп турат. Ошондуктан функция түшүнүгү чыныгы дүйнөнү таанып билүүнүн кубаттуу аппараты катары зор мааниге ээ.

Мектепте функция түшүнүгүн окутуу үч багытта жүргүзүлөт:

-функцияга байланышкан жалпы түшүнүктөрдүн системасын калыптандыруу (функциянын аныкталуу областы, маанилеринин областы, графиги, өсүү, кемүү аралыктары, максимуму, минимуму ж.б.);

-конкреттүү функцияларды жана алардын класстарын окутуу (түз жана тескери пропорциялуулук, сызыктуу функция, квадраттык функция, тригонометриялык жана тескери тригонометриялык функциялар жана логарифмалык функциялар ж.б.);

-математикалык башка түшүнүктөрдү окутууда, маселе чыгарууда функция түшүнүгүнүн колдонулушун кеңейтүү [98].

Ошондой эле геометриялык маселелерди чыгарууда, теоремаларды далилдөөдө да алгебралык теңдеш өзгөртүп түзүүлөр кеңири колдонулат.

Мисалы, косинустар теоремасы боюнча эки бурчтун суммасынын косинусунун формуласын далилдейли.

Теорема. Үч бурчтуктун каалагандай бир жагынын квадраты калган эки жагынын квадраттарынын суммасынан бул жактар менен алардын арасындагы бурчтун косинусунун көбөйтүндүсүн эки эселеп кемиткенге барабар [115].

ABC-берилген үч бурчтук болсун.

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos(\alpha+\beta)$ барабардыгын пайдаланып

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$ формуласын далилдейли.

ΔАКВ жана ΔВКС тик бурчтуу үч бурчтуктар ($\angle$ АКВ=90^0 түзүү боюнча) болгондуктан Пифагордун теоремасы боюнча $AB^2=AK^2+BK^2$; $BC^2=BK^2+KC^2$. Ошондой эле АС=АК+КС болгондуктан $AC^2=AK^2+2AK\cdot KC+KC^2$ келип чыгат.

Аныктама боюнча АК=АВ·sin$\boldsymbol{\alpha}$; ВК=АВ·cos$\boldsymbol{\alpha}$;

КС=ВС·sinβ; ВК=ВС·cosβ алынат.

$AK^2+BK^2+BK^2+KC^2-(AK^2+2AK\cdot KC+KC^2)=AK^2+BK^2+BK^2+KC^2-AK^2-$
$-2AK\cdot KC-KC^2=2BK^2-2AK\cdot KC$.

$$\cos(\alpha+\beta)=\frac{2(BK^2-AK\cdot KC)}{2AB\cdot BC}=\frac{BK^2-AK\cdot KC}{\frac{AK}{\sin\alpha}\cdot\frac{KC}{\sin\beta}}=\frac{AKctg\,\alpha\cdot KCctg\beta}{\frac{AK\cdot KC}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}}=\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\frac{\cos\beta}{\sin\beta}-1}{\frac{1}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}}=$$

=cosα·cosβ -sinα·sinβ.

cos(α +β)= cosα·cosβ -sinα·sinβ формуласы келип чыгат [69].

Баштапкы алгебралык түшүнүктөр менен окуучулар башталгыч класстарда эле таанышышат (формулалар, арифметикалык амалдардын касиеттерин тамгаларды колдонуу менен жалпылоо, теңдемелер жана барабарсыздыктарды чыгарууга ж.б.). Ал эми **удаалаштык принцибин** сактоо менен сан түшүнүгүнүн кеңейтилиши, тамгалуу туюнтмаларды жөнөкөйлөтүү, теңдеме жана барабарсыздыктардын жаңы түрлөрүн чыгарууга байланыштуу алгебралык туюнтмалар бир кыйла татаалданат. Алгебрада туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү 7-класста башталып, анда туюнтмалар жана аларды өзгөртүп түзүүлөр көлөмдүү орунду ээлейт.

Ошондуктан дидактикада окутуу методдору эки жактуу иш-аракет, мугалимдин окуучу менен биргелешкен иш-аракети катарында түшүнүү сунуш кылынат. Биринчиден, ал программалык окуу материалын түшүндүрүүгө, окуучулардын окуу-таанып билүү ишмердүүлүгүн уюштурууга, ал өздөштүрүлгөн билимдерди жана көндүмдөрдү текшерүүгө арналган мугалимдин, учурдун талабына ылайык активдүү методдорду колдонууга багытталган ишмердүүлүгү. Экинчиден, окуп-билим алуу, мугалимдин жетекчилиги менен билимдерди жана көндүмдөрдү өздөштүрүү, бышыктоого жана колдонууга багытталган окуучунун аң-сезимдүү иш аракети.

Ал эми квадраттык теңдеменин тамырын табуу формуласын далилдөөсүн, ошондой эле графиктик жол менен теңдемелер системасын чыгарууда көрсөтмөлүүлүк принцибин пайдаланган бир канча эффект берет. Ал үчүн кыймылдап туруучу көрсөтмө куралдарды пайдаланса болот. Сызыктуу теңдемелер системасынын айрым колдонулуштарын да айта кетүү максатка ылайык.

Мектептин математика курсунда теңдемелер илимий негизде окуучулардын күчү жетээрликтей деңгээлде системалуу жана белгилүү удаалаштыкта берилген [91].

Жогорудагы кемчиликтерди жоюуда илимийлүүлүк, аң-сезимдүүлүк, системалуулук, удаалаштык, тарбиялык, активдүүлүк сыяктуу дидактикалык принциптердин ишке ашырылышы шарт.

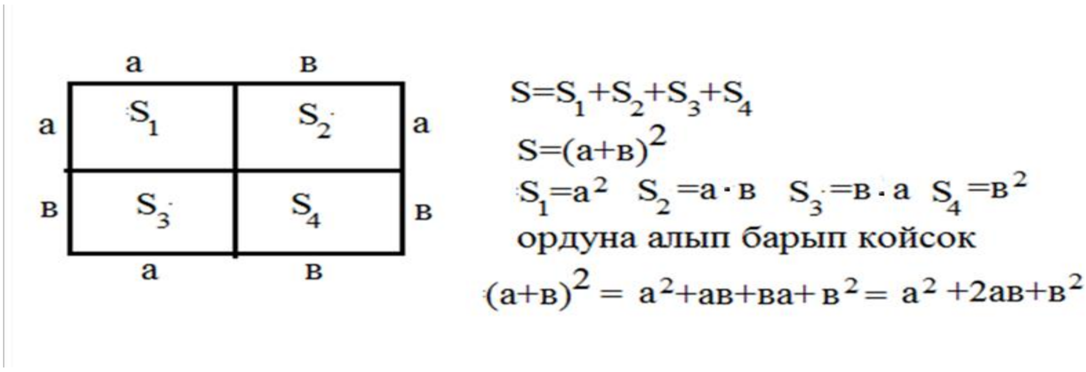
Өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда окуучулардын көбөйтүндү, сумма, айырма,тийинди сыяктуу түшүнүктөр менен окуучулардын тааныштыгын эске алуу менен системалуу түрдө андан ары окутуу шартталат. Көп мүчөнү кашааларга алуу, кашаалардан бошотуу деген темаларды окутууда мугалим кылдат болуу керек. Эгерде кашаанын алдына «минус» белгиси турса, кашааларды ачууда окуучулар, көпчүлүк учурда, ката кетирет. Ошондой эле окшош мүчөлөрдү кошкондо, кемиткенде да өтө кылдат түшүндүрүү зарыл. Мындай шартта илимийлүүлүк, аң-сезимдүүлүк принциптерин колдонууга болот. Аныктамаларды так айттырууга, формулаларды өзгөртүүгө жана окуучулардын өздөрүнүн иштерине жардам берүү керек. Кыскача көбөйтүүнүн теңдештиктерин, мисалы, $а^2$-$в^2$=(а-в)(а-в) формуласын дайыма так туура жаза, айта билишин үйрөтүү керек. Алган билимин бекем болушу үчүн чыгармачылык мисалдарды иштөө керек. Алган билимин бекемдөөдө жана аң-сезимдүүлүктүн принцибин колдонсо болот. Бул формуладан мурда бир катар мисалдарды иштеп, толук эмес индукцияны жана аналогияны колдонуп, мындай маселе койсок болот. 25^2-16^2 айырманы тез эсептөө үчүн, эң рационалдуу жолун издейли деп суроо коюп,

$$25^2-16^2=(25-16)(25+16)=9\cdot41=369;\ 625-256=369$$

анда ар кандай бүтүн сандар үчүн $a^2-в^2=(a-в)\cdot(a+в)$ болуп жүрбөсүн деп проблемалуу жагдайды түзүү менен аналитикалык далилдөөнү колдонуп

$$(a-в)\cdot(a+в)=a\cdot a-в\cdot a+a\cdot в-в\cdot в=a^2-в^2$$

деп түшүндүрсөк болот. Ушундай эле, $(a+в)^2=a^2+2aв+в^2$ эки мүчөнүн суммасынын квадратын көп мүчөгө өзгөртүп, көрсөтмөлүүлүк принципти пайдаланып, формуланын интерпретациясын (1.1.2-сүрөт) берсе да болот [141].



1.1.2-сүрөт. Эки сандын суммасынын квадратынын геометриялык интерпретациясы

Ал эми материалды түшүндүрүүдө чиймени пайдаланса окуучуларга жеткиликтүү болот. Окуучуларга $a^2+в^2=(a+в)^2$ жана $(a-в)^2=a^2-в^2$ деп аналогиябоюнча жазуусун алдын алып төмөндөгүдөй геометриялык интерпретацияны берүү керек.

Илимдин жана техниканын өнүгүшү ар бир адамдын өндүрүштүн илимий негиздерин билүүсүн талап кылары белгиленген. Политехникалык окутуу бир канча педагогикалык аракеттерди талап кылат, алар окуучуларды кесиптик ишмердүүлүккө багыттоо маселесин чечүүнү көздөйт. Орус окумуштуусу Б.В.Гнеденко математиканы окутуу учурунда политехникалык билим берүүдө негизги үч багытты бөлүп көрсөткөн:

- теориялык билимди аң сезимдүү өздөштүрүү;
- математикалык эсептөөлөрдүн, өзгөртүп түзүүлөрдүн, геометриялык түзүүлөрдүн техникасын өздөштүрүү;

- математикалык билимдерди прикладдык эсептөөлөрдө колдоно билүү [41].

8-класста эки бөлчөктүн суммасын жана айырмасын бөлчөккө теңдеш өзгөртүүдө, берилген туюнтманын алымын да, бөлүмүн да карап чыгып алардын ар бирин өзгөртүү керек болсо, бизге белгилүү формулаларды жана бөлчөктүн касиетин пайдаланып берилген бөлчөктү өзгөртүп түзүү керек.

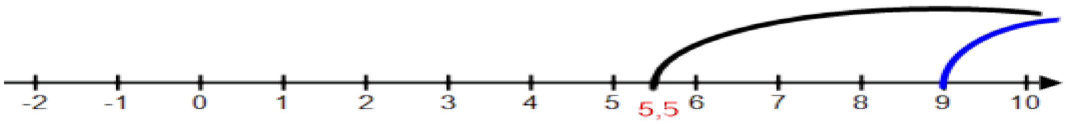
Мисалы, “Рационалдык туюнтманы бөлчөккө өзгөртөбүз: х+1-$\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{2}$.

Адегенде бөлчөктөрдү көбөйтүүнү аткарабыз да, андан кийин алынган жыйынтыкты х+1 көп мүчөсүнөн кемитебиз. Берилген мисалды төмөндөгүгө теңдеш өзгөртүп түзөбүз: 1). $\frac{1}{x+2}\cdot\frac{(x+2)(x-2)}{2}=\frac{x-2}{2}$. Бул теңдеш өзгөртүп түзүүдө a^2-$в^2$=(а-в)·(а+в) формуласын жана бөлчөктүн алымын да бөлүмүн бир эле нөлдөн айырмалуу санга бөлүүдөн бөлчөк өзгөрбөйт деген касиетин пайдаландык.

2). х+1-$\frac{x-2}{2}=\frac{x(x+1)-(x-2)}{x}=\frac{x^2+x-x+2}{x}=\frac{x^2+2}{x}$,, [96, 33-б.].

8-класстан баштап барабарсыздыктарды кеңири түрдө колдонуу башталат. Бул учурда системалуулук жана удаалаштык принцибин колдонуу жакшы натыйжаны берет. Бир өзгөрмөлүү сызыктуу эки барабарсыздыктын системасын чыгаруу үчүн системага кирген ар бир барабарсыздыкты чыгарып, алардын чыгарылыштарынын көптүктөрүнүн кесилишин табуу жетишээрлик боло тургандыгына айрыкча токтолуу керек. Бир өзгөрмөлүү сызыктуу барабарсыздыктын системасын чыгаруу үчүн мүмкүн болушунча мурунку өтүлгөн окуу материалдарын эсине салуу менен окуучулардын активдүүлүгүнө таянуу менен алардын ар биринин чыгарылыш көптүктөрүнүн кесилишин табуу жетишерлик боло турганына токтолуу керек. Барабарсыздыктын чыгарылышын табууда координата түз сызыгын колдонуу менен көрсөтмөлүүлүктү камсыз кылабыз [94].

Мисалы: $\begin{cases} x>9 \\ x>5{,}5 \end{cases}$. Чыгаруу:]9; +∞[∩]5,5; +∞[(1.1.3-сүрөт). Жообу:]9; +∞[



1.1.3-сүрөт. Координата түз сызыгында сүрөттөлүшү.

Жыйынтыктап айтканда, негизги мектепте туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда ишке ашырылуучу негизги дидактикалык принциптер: илимийлүүлүк, жеткиликтүүлүк, системалуулук, удаалаштык, аң сезимдүүлүк, активдүүлүк, өз алдынчалуулук, окутууну дифференцирлөө, жекече мамиле жасоо, теория менен практиканы байланыштыруу ж.б.

1.2. Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү чет мамлекеттерде окутуунун методикаларынын анализи.

Математиканы окутууда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү түшүнүгү бүтүндөй математика курсун түзөт.

“Табигый-математикалык билим берүүгө кийинки убакытка чейин анча маани берилбей келген. 50-жылдардан кийин гана илимий-техникалык революциянын натыйжасында мындай билим берүүнүн өзгөчө зарылдыгы эске алына баштады. Бирок, алар дагы мектептин типтерине жараша аталган предметтер да терең дифференцирленет.

Математика өз алдынча предмет катары орто мектепте кеңири окулат. Тигил же бул вариантында ал бардык мектептер үчүн милдеттүү. Англиянын, Франциянын гуманитардык мектептеринин айрым бүтүрүүчү класстарында же толук адистештирилген класстарда гана окутулбайт.

Орто мектептин биринчи баскычында математика курсу алгебра жана геометрия бөлүмдөрүнөн турат. Практикалык мектептерде же бөлүмдөрдө бул курс таза колдонмо мүнөзгө ээ. Окуучулар узундук, аянт, көлөм, убакыт, салмакты эсептөөгө маселелер чыгарышат, ал үчүн жөнөкөй жана ондук бөлчөктөрдү, процент жана пропорцияны колдонушат. Сандык маанилерди графикте көрсөтүүгө үйрөнүшөт. Математиканын программасында айрым бир өзгөчөлөнгөн темалар да кездешет. Мисалы, «Арифметика жана күндөлүк турмуш», «Жан багуунун акысы канча турат», «Үй-бүлөөлүк бюджет», «Акча жана кирешенин проценти» ж.б.

Академиялык мектептерде (лицейлерде, гимназияларда) жана бөлүмдөрдө арифметика менен геометрия жогорку деңгээлде окутулат. Франциянын жана Япониянын мектептеринде геометриянын системалуу курсу окутулуп, аны менен алгебралык материалдар байланыштырылат” [99, 35-б.].

Окутууну жакшыртууга ылайык класстык-сабактык системаны иштеп чыгуу Я.А.Коменский тарабынан негизделген (1592-1670 жж.). Мында окутууну уюштуруунун класстык-сабактык формасы үчүн төмөнкүлөр мүнөздүү:

-сабак окутуунун негизи болуп эсептелгендиги;

-окуучулар класстарга курак өзгөчөлүгүнө карай бөлүштүрүлүшү;

-мектептик билим берүүнүн шартынын такталгандыгы;

-сабактар баардык үчүн милдеттүү болушу;

-бир жыл ичиндеги сабактардын жүгүртмөсү, танапис, каникулдардын түзүлүшү;

-класстагы бардык балдардын иши бирдиктүү план, бир тема боюнча жүргүзүлүшү;

-окуу процессин мугалимдин уюштуруусу.

Бул билим берүүнү уюштуруунун формасы 300 жылдан ашуун иштеп келе жатса да анын кемчиликтери да жок эмес, алар төмөнкүлөр:

-орто окуган окуучуга багытталган окутуу;

-начар окуган окуучу үчүн убактылуу чектөөлөр жана сабактын татаалдыгынын жогорку даражада болуусу;

-окуучунун индивидуалдык өзгөчөлүктөрүн окуу процессинде ишке ашырууга мүмкүн эместиги [78].

Көрсөтүлгөн темаларды окуп үйрөнүүдө, колдонулуулугу, максатка ылайыктуу болгон көнүгүүлөргө токтололуу. Белгилүү физиолог И.П.Павловдун, жогорку нерв системасынын ишмердүүлүк жөнүндөгү окуусуна таянуу менен, алгебранын алгачкы сабактарында математикалык, диктанттарды (5-7-мүнөттөн) колдонуу окуучулардын билиминин сапатын жакшырышын алып келерин байкадык. Математикалык диктантты сунуш кылуу менен, биз окуучулардын экинчи сигналдык системасынын өсүшүнө жана мазмундуу болушуна шарт түзүп, алгебраны андан ары тереңдетип окутууда чоң мааниге ээ боло турган жаңы, маанилүү шарттуу рефлекстерин пайда кылган болобуз. “Эки сандын квадратынын айырмасы”, “эки сандын айырмасынын квадраты” деген сыяктуу ооз эки түрүндө берилген сигналдар, көпчүлүк окуучулардын баш мээсинин чоң жарым шарынын кыртышында туура реакцияны пайда кыла бербей турганы далилденген [50].

Ошондуктан сабакка даярданууда, окуу китебиндеги текст менен иштөөдө академик Ю.К.Бабанский сунуш кылган төмөнкүдөй шарттар менен иштөө керек.

а) закондорду, түшүнүктөрдү же окутуу процессиндеги түшүнүктөрдүн айрым мүнөздөмөлөрүн (мисалы, аныктама, чоңдук, чен бирдиктер, ченөө жолдору ж.б.) бөлүп ажыраткыла;

б) жаңы окуу материалын баяндоочу тексти логикалык жактан берилген бир нече бөлүктөргө бөлүү менен алардын ар бири жаңы законго, элементке ылайыктоо керек;

в) окуу материалынын ар бир бөлүгүндө түшүнүктү бирдей мааниде туура өздөштүрүүнү камсыз кыла турган эң олуттуу элементтерин, мүнөздөмөлөрүн ж.б. ажыраткыла; алар жазуу жүзүндө кыскача кантип аныкталаарын, кантип мүнөздөлөөрүн ойлонгула;

г) ар бир бөлүктүн материалын иллюстративдик, чыныгы жана маалымат берүүчү кылып ажыраткыла;

д) жаңы окуу материалынын ар бир бөлүгүндөгү негизги ойду, сабактын жалпы жыйынтыгын- анын бүткүл башкы маанисин ойлонуп көргүлө;

е) сабактын мазмунун негизги суроолорун түшүндүрүүнүн (окуп үйрөнүүнүн) планын (таяныч конспектини) белгилегиле [13].

Жогоруда көрсөтүлгөн методдордун классификациясын жалпылоо менен бирге Ю.М. Колягин окуу методдорун төмөндөгүдөй бөлүүнү сунуш кылат:

“1. Окутуучу тарабынан билимди оозеки берүү менен окуучулардын таанып билүү ишмердүүлүгүн активдештирүү методдору.

2. Өтүлгөн материалды бышыктоо методдору.

3. Жаңы материалды өз алдынча кабыл алуу жана ой жүгүртүүнү өнүктүрүү методдору.

4. Билимди практикада колдонуу жана билгичтиктерди, көндүмдөрдү калыптандыруунун методдору.

5. Билимди, билгичтикти жана көндүмдөрдү текшерүү жана баалоо методдору” [76, 25-б.].

Жогоруда каралган окутуу методдорунун оптималдуу тандалышы, сабакта проблемалык окутуу, интерактивдүү окутуу методдорун колдонуу - окуучулардын таанып-билүү активдүүлүгүнүн жогорулатуунун маанилүү факторлорунун бири болуп саналат.

Ошондуктан мультимедиалык каражатты колдонуу-бул мугалимдин чыгармачылык ишмердүүлүгүн компьютерге которуп коюу ыкмасы эмес, сабактын эффективдүүлүгүн жогорулатуу менен таанып билүү ишмердүүлүгүн активдештирүү дегенди билдирет [161].

Белгилүү дидактар Я.И.Груденов, Т.И.Шамова жана башкалардын эмгектеринде окутууда активдүүлүк сыяктуу дидактикалык принципти ишке ашыруунун мүмкүнчүлүктөрү ачылып берилген [43, 153]. Окуучулардын таанып билүү активдүүлүгүн жогорулатуунун жолдорун изилдөөдө Л.Д.Кудрявцев, И.Я.Лернер, А.М.Матюшкин,З.И.Слепканьж.б. педагогдордун жана психологдордун эмгектерине көрүнүктүү орун таандык [81, 90, 106, 132]. Аталган окумуштуулар окуучулардын активдүүлүгүн жогорулатуунун жолдорунун бири катары сабакта проблемалык-изденүүчүлүк кырдаалды түзүүнү жана проблемалык окутуу методдорун колдонууну бир далай терең изилдешкен.

Казак окумуштуусу А.Е.Абылкасымова математиканы окутуунун методикасын төмөнкүчө аныктайт: “Математиканы окутуунун методикасы – педагогикалык илимдин бир областы. Ал коом аркылуу коюлган окуу максаттарына, математика илиминин өнүгүш деңгээлине ылайык, математиканы окутуунун мыйзам ченемдүүлүгүн изилдейт” [7, 15-б.].

Ал эми окуучулардын окуу материалын сапаттуу өздөштүрүүсү алардын таанып-билүү активдүүлүгү менен тыгыз байланышкан. Мектептин математика курсун окуп үйрөнүү процессинде окуучулар сунуш кылынуучу мазмундун кандайдыр бир бөлүгүн өздөштүрүүгө аракеттенишет [29]. *Өздөштүрүү*-деген түшүнүктү И.М.Сеченовдун айтканы боюнча карай турган болсок, өздөштүрүү

- бул жаңы тажрыйбанын мурда үйрөнгөн тажрыйба менен кабыл алуунун бир бүтүнү болуп биригиши эсептелинет деген. Башкача айтканда өздөштүрүү деп, фактыларды, түшүнүктөрдү, мыйзамдарды, принциптерди, теорияларды жана билимдин башка формаларын, иш аракеттерди аткаруунун жолдорун аң-сезимдүү жана толук ээ болууга багытталган, окуучунун окуу-таанып билүү иш аракетин айтабыз.

Психологдор П.Я.Гальперин жана В.В.Давыдов белгилегендей “өздөштүрүү” деген термин бир катар психологиялык процесстерди: кабыл алууну, эске тутууну, ой жүгүртүүнү камтыган таанып билүү ишмердүүлүгүн билдирет [39, 44]. Ал ошондой эле, инсандын жеке өзгөчөлүктөрү – сезими, эрки, курчап турган дүйнөгө карата алардын ар биринде калыптанган көз карашы, кызыгуулары жана жеке адамдын белгилүү бир интеллектуалдык сапаттары менен да тыгыз байланышкан. Алардын эмгектеринде билим алуу процессин башкаруу идеясына негизделген, билимдерди өздөштүрүүнүн теориясы иштелип чыккан. Бул өздөштүрүү бир катар компоненттерди, ачык айтканда кабыл алууну, анализ, синтез, ассоциациялык эске тутуу, түшүнүүнү жана колдоно билүүнү өз ичине камтыйт. Көрүнүктүү психолог В.В.Давыдовдун эмгектеринде мазмундуу жалпылоону колдонуу теориясы иштелип чыккан жана аны сабактын натыйжалуулугун жогорулатуу, убакытты экономдуу пайдалануу жана окутуунун өнүктүрүүчүлүк таасирин күчөтүү максаттарында пайдалануу сунуш кылынат [44]. Бул концепцияга ылайык теманын башталышында окуучуларга теориялык маалыматтар берилип андан ары дедуктивдик түрдө жекече методика менен чыгарылышы мүмкүн.

Окутуу процессин уюштуруу анын индуктивдүү жана дедуктивдүү логикасын ийгиликтүү бири-бирин толуктоосу далилденген. Психолог З.И.Калмыкова өзүнүн эмгектеринде окуучулардын жекече сапаттарын калыптандыруу жолдорун иштеп чыгууда бул маселенин билим алуу, өз ара кызматташуу менен иштөө сыяктуу компоненттери аркылуу кароону сунуш кылат [72]. Бул окумуштуунун илимий мектебинин иштеп чыккан корутундуларын колдонуу, окутууну ишмердүүлүк менен бирдикте кароону, окуучулардын ортосундагы өз ара мамилелерди демократиялык негизде түзүүнү сунуш кылат.

Билимдерди өздөштүрүү татаал психологиялык-педагогикалык процесс. Анын психологиялык жана педагогикалык негизин анализдөө менен, билимдерди өздөштүрүү процессинин, төмөнкүдөй негизги дидактикалык компоненттерин бөлүп көрсөткөн:

а) окуу материалын кабыл алуу менен, предметтердин жана кубулуштардын ортосундагы объективдүү байланыштарды сезе билүү жана алардын ички маңызын ачуу;

б) эске тутуу;

в) жалпылоо жана системалаштыруу [20].

Кабыл алынып жаткан объектилерди (предметтерди) сөз же кандайдыр белги аркылуу туюнтуу (белгилөө) аркылуу жалпылоону ишке ашырууну жеңилдетебиз. Анткени ар кандай белгилөөнүн өзү эле жалпылоо болот. “Алгачкы жалпылоо үстүртөдөн жүргүзүлөт”-деп айткан А.Н. Леонтьев [87]. Айрыкча тиешелүү шарттар аткарылбаган учурда (маселен, окутуу өтө төмөнкү деңгээлде жүргүзүлсө) мектеп жашында ал узак убакытка чейин ушундай абалда калышы мүмкүн. Акырындык менен жалпылоо процесси объектинин маңыздуу белгилери аркылуу ишке ашырыла баштайт. Сезүү органдары жана сөз аркылуу информацияларды кабыл алуу, талдоо менен түшүнүгө багыттап улам тажрыйба топтоого шарт түзөт. Мисалы, кыскача көбөйтүүнүн формуласын $а^2$-$в^2$=(а-в)(а+в) окуучулар толук түшүнүүгө жетишүүдө атайын 100^2-99^2, 78^2-77^2 сыяктуу туюнтмалардын сан маанисин эсептөө маанилүү болот.

Кабыл алуу менен тыгыз байланышта болгон, түшүнүү процессин карасак мугалим менен окуучунун ишмердүүлүктөрүнө болгон окуу-таанып билүү процессинин эң татаал компоненттеринин бири болуп эсептелет [88].

Ошондой эле теоремалардын далилдөөсүн түшүнүү менен өздөштүрүүнүн негизги шарттарынын бири-бул аны силлогизмдерге ажыратуу (оюнан же кагазга түшүрүп) болуп эсептелет. Анткени ушундай иш аракет окуучулардын таанып билүү активдүүлүгүн күчөтүп, ой жүгүртүүсүн тиешелүү компоненттеринин өсүп-өнүгүшүнө шарт түзөт. **Түшүнүү** процессинде ой жүгүртүү, эске тутуу, субъектинин тажрыйбасы жана чыгармачыл элестетүүсү менен тыгыз байланышта болот. Окутуу процессинде түшүнүү, мугалимдин баяндоосу же окуу китеби боюнча дайыма эле ишке аша бербейт. Көпчүлүк учурда ал бир топ узак убакытты, алдын ала атайын даярдануу, окутуунун өзгөчө методдорун жана ыкмаларын колдонууну талап кылат. Түшүнүүнү айрым звенолорго ажыратууга мүмкүн. Ушуга ылайык объектилердеги, предметтердин ортосундагы байланыштардын жана катыштардын тереңдетилип берилиши боюнча окуу материалын түшүнүү процессинин төмөнкүдөй өз ара байланыштагы звенолорун бөлүп көрсөтүүгө болот:

а) жаңы материалды, фактыларды, белгилерди, касиеттерди талдоо;

б) ички катыштардын жана байланыштарды талдоо менен түшүнүү;

в)проблеманын чыгармачылык менен чечилишинин же ситуацияны түшүнүүнүн капысынан пайда болушу.

Окуу материалын эске сактоо, өздөштүрүү жана кайталап айтып берүү процессинин өзгөчө критерийлеринин бири катарында окутуу эсептелинип келген. Ушуга байланыштуу, педагогика боюнча окуу китептеринде жана мугалимдер үчүн методикалык колдонмолордо, окуу материалын окуучулар тарабынан жаттап түшүнүү менен кабыл алуу ыкмаларын калыптандырууга, эске бекем сактоонун эрежелерине, кайталоонун жана бышыктоонун методдоруна өзгөчө көңүл бөлүнөт. Эске тутуусуз билимдерди өздөштүрүүгө мүмкүн эмес. Окуучулар түшүнүү менен гана чектелбестен, ошону менен бирге алардын түшүнүктөрдүн, аныктамалардын, теоремалардын берилишин так, туура айтып берүүсү, негизги фактыларды, маанилүү формулаларды эстерине натыйжалуу сактоосу талап кылынат [12].

Интерактивдүү окутуу **–** бул окутуучу менен окуучунун максаттуу өз ара пикир алмашып аракеттенишүү процесси. Интерактивдүү окутуу аңгеме методу менен окутууга окшошуп кетет. Бирок, ал андан кескин айырмаланат. Анткени интерактивдүү окутуу коллективдүү (мугалим-класстагы окуучулар), группалык (окуучу-окуучулар), жекече (окуучу-репетитор; окуучу-окуучу; окуучу-окутуучу; ар кандай чоң киши-окуучу) ж.б. формада болушу ыктымал жана баардык учурда тең окуучу сөзсүз окутуу процессинин объектиси гана эмес субъектиси да болуп кызмат өтөйт, башкача айтканда окуучу жалаң эле окуучулук кылбастан окутуучулук милдетти да аткарат [26].

Ротация - дискуссия жүргүзүүнүн бир түрү, тапшырма-маселени белгилүү схема боюнча талкулоо.

Стратегиянын кадамдары:

1. Тема боюнча окуучуларга талкулоо үчүн бериле турган 1 же 3-4 кө чейин суроо алдын-ала мугалим тарабынан даярдалып, ар түрдүү түстөгү маркерлер менен номерленип ватман кагазга да ар түрдүү түстө жазылат.
2. Барактарды (ватман), суроолору менен, класста (аудиторияда) ар түрдүүчө жайлаштырат (илип коет).
3. Канча суроо болсо, ошончо микрогруппа түзүлөт.
4. Мугалим ар бир группага суроолордун бирин сунуш кылат.
5. 3-5 минутанын ичинде группа өздөрүнүн суроосун талкуулашат жана жообун жазышат. Мында башка группа үчүн, жообун жазууга орун калтыруу керек.
6. Мугалим көрсөтмөсү боюнча ротация жүрөт, б.а. өзүнүн тапшырмасын аткарган группа жаңы суроо жазылган кийинки плакатка өтүшөт. Группага маркерин өзгөртпөй, жаңы суроого жооп беришет, д.у.с. улам жаңы ватманга өтөт жана чыгарат. Бул которулуу ар бир группа бардык суроолорго жооп бергенче жүргүзүлөт.
7. Ар бир группа башка группанын пикирин эске алып талкулоо жүргүзөт да, презентациялайт.

“Оюнсуз эч кимди эч нерсе үйрөтө албайсың, анткени оюн окутууга инсандык мүнөз берет. Ошондуктан окутуу процессинде оюнга артыкчылыктуу маани берүү керек, ансыз окутуу сезимталдуу эмес, супсак болот” [27, 339-б].

Билим берүүнүн мазмуну ар бир деңгээлде өзгөчөлүккө ээ болуу менен туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү каражаттары да ошол өзгөчөлүккө негизделип тандалып алынат.

Биринчи деңгээлдеги - окуу предметинин каражаттарына, предметти окуп үйрөнүүгө зарыл болгон деңгээлде окуу процессин уюштурууга жана өткөрүүгө ылайыктуу туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү каражаттар кирет.

Экинчи деңгээлдеги - сабактын каражаттарына, мугалим сабакты уюштурууда жана өткөрүүгө зарыл болгон туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнүн каражаттары камтылат.

Окутуунун негизги каражаты окуу китеби болгондуктан, 2002-жылга чейин биздин республиканын мектептеринде колдонулуп келген, котормо окуу китептеринен илимий-методикалык, структуралык-мазмундук багытта артыкчылыктарын, айырмачылыктарын жана өзгөчөлүктөрүн карап көрөлү. Ар бир теманы баяндоодо алдын ала окуучулар да тиешелүү материалдарды окуп үйрөнүүгө ички муктаждыкты пайда кылууга багытталган пайдалуу маалымат-көрсөтмөлөр келтирилген. Бирок окуучуларды кызыктыруу менен алган билимдери аркылуу жаңы маселелерди чыгаруу үчүн жетишсиздигин көрсөткөн. Көпчүлүк учурларда алар практика жүзүндө, тааныш объектилерге байланыштуу суроолор жана маселелерди камтыйт.

Деңгээлдик дифференцирлөөнү ишке ашыруу максатында милдеттүү даярдык менен жогорку деңгээлдерге туура келүүчү суроолор жана тапшырмалардын (көнүгүүлөрдүн) айырмаланып берилиши (класстын окуу китебинин ар бир пунктунда бардык окуучулар үчүн милдеттүү түрдө аткарууга тийиш болгон көнүгүүлөрдүн жана алардан деңгээлдеринин өз-өзүнчө топ томдору) да өзгөчөлөнүп турат [27].

Эми VII-VIII класстардын алгебрасындагы туюнтмаларды жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө токтолобуз. Курсту окуп үйрөнүүнүн натыйжасында окуучулар төмөнкү билимдерге, билгичтиктерге жана көндүмдөргө ээ болууга тийиш: бүтүн жана рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүлөрдү аткаруу, көп мүчөлөрдү кошуу, кемитүү, көбөйтүү, жалпы көбөйтүүчүнү кашаанын сыртына чыгаруу аркылуу көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу.

Программанын кыскача бул көрсөтмөсүн төмөндөгүчө чечүүгө болоор эле. “Көп мүчө, анын даражасы, көп мүчөлөрдү кошуу, кемитүү, көбөйтүү. Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүлөргө ажыратууга колдонуу. Квадраттык үч мүчө, аны көбөйтүүчүлөргө ажыратуу. Алгебралык бөлчөктөр, алар менен болгон амалдар. Рационалдык алгебралык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүү. Натуралдык көрсөткүчтүү даража, анын касиеттери. Бүтүн көрсөткүчтүү даража. Квадраттык тамырдын касиеттери. Көбөйтүүчүнү тамырдан чыгаруу жана тамырдын ичине киргизүү. Квадраттык тамырды камтыган туюнтмаларды өзгөртүү. n-даражадагы тамыр, анын касиеттери. Негизги тригонометриялык теңдештиктер: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, $tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $ctg\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$. Келтирүүнүн формалалары. Сумманын жана айырманын синусу, косинусу. Эки эселенген бурчтун синусу жана косинусу.” [21, 19-20 б.]. Интерактивдүү методдогу класстерди пайдалануу менен туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү көрсөтсө болот.

1.2.1-сүрөт. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү боюнча кластер.

Жыйынтыктап айтканда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү чет мамлекеттерде интерактивдүү методиканы колдонуу менен көрсөтмөлүүлүктү кеңири пайдалынышкан.

1.3. Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү республикабызда окутуунун методикаларынын анализи.

Республикабыз эгемендүүлүккө ээ болгондон кийинки жылдарда кыргыз авторлору тарабынан нукура кыргыз тилинде жазылган мектептин математика курсу боюнча окуу китептери жана методикалык колдонмолор жарык көргөндүгү окуу-методикалык жактан өзгөрүүлөрдү жаратты.

И. Бекбоевдин “Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери” деген эмгегинде: Окутуу процессинин орду жана мааниси боюнча, окуу материалын эске тутуунун үч түрүн бөлүп кароого болот:

а) алгачкы таасир;

б) кадыресе эске тутуу;

в) бышыктоо.

Биринчи учур окутууда чоң мааниге ээ. Физиологдордун жана психологдордун кийинки жылдарда изилдөөлөрү, алгачкы таасир субъектини эсинде бекем орун ала турганын көрсөтүүдө. Алгачкы таасир субъектинин эсинен бекем орун табышы менен шартталып, окуу материалын туура же ката болгондой эске тутууну жана кайталап айтып берүүгө мүмкүндүк түзүүнү, ошондой эле тиешелүү машыгууларды, көндүмдөрдү калыптандырууну белгилүү деңгээлде камсыз кылат. Субъектинин эсинде бекем сакталган түшүнүктөр менен мүнөздөлгөндүктөн кийинки өзгөртүүлөр эсте начар сакталгандыктан, окутуу процессин ошол алгачкы таасир аркылуу белгилениши мүмкүн болушунча толук жана тагыраак болгондой уюштуруу максатка ылайык. “Кайрадан окутууга караганда, адегенде эле жакшылап окутуу дурус” деген учкул сөз бекер жерден чыкпаса керек. Мисалы, туура эмес методиканы колдонгондуктан окуучунун акыл сезиминде, үч бурчтуктун бийиктиги дайыма эле анын ичинде жатат деген корутундуну оңдоо үчүн мугалимге кийинчерээк көп күч жана убакыт коротууга туура келээрин практика көрсөтүп отурат [26].

Ал эми Э.Мамбетакуновдун “Педагогиканын негиздери” деген эмгегинде да окутуунун методдору жөнүндө толук маалыматтар (окутуунун жалпы методдору, методдордун классификациясы, методдордун системасы, окутуу методун тандоо ж.б.) берилген.

“Окутуунун методдору дидактикалык максатка ылайык эки топко бөлүнөт: а) окуу материалын алгач кабыл алынуу уюштуруу; б) кабыл алынган билимдерди тереңдетүү жана бекемдөө.

Окуу материалын алгач кабыл алууну уюштуруу методдоруна төмөнкү методдор кирет: өнүктүрүү-маалымат методдору (оозеки, аңгемелешүү, китеп менен иштөө), изденүү методдору (изденүү багытындагы аңгемелешүү, диспут, лабороториялык жумуштар) жана изилдөө методдору.

Кабыл алынган билимдерди тереңдетүү жана бекемдөө методдоруна төмөнкүлөр кирет: көнүгүү (үлгү боюнча, өз алдынча, ар түрдүү жана башка) жана практикалык жумуштар” [100, 214-б.].

“Теориянын практика менен байланышы. Окутуунун биринчи күнүнөн баштап теорияны практика менен тыгыз байланыштырабыз. Мындай шартта атайын түзүлгөн программа жардам берет. Анткени практикалык иштерди аткарууда кезикпеген теориялык суроо жок, ошондой эле окулуп өткөн теорияга ылайык практикалык иш берилет (жалпысынан окуу мезгилинин жарымы теорияга, жарымы практикага жумшалат). Ушунун бардыгы теориялык материалдарды тез жана терең өздөштүрүүгө түрткү берет” [11, 125-б.].

Азыркы педагогикада окуучунун ишмердүүлүгүнүн 4 негизги формасын бөлүп карашат:

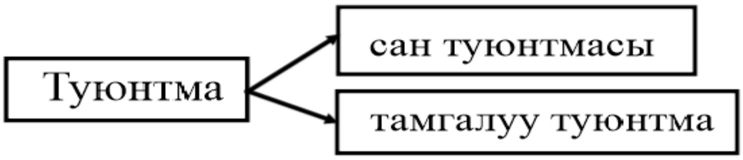
1) жуптук (окуучу-окуучу, окуучу-мугалим);

2) топтук (мугалим-класс);

3) кооперативдик (окуучулар бири-бирин үйрөтөт);

4) индивидуалдык (окуучунун өз алдынча иши).

А.Абдиевдин “Математиканы 5-6 класстарда окутуу” деген эмгегинде “Туюнтма түшүнүгүнүн тектик түшүнүгү катарында математикалык жазуу кабыл алынган. Индуктивдик корутунду жасоо менен, окуучулардын өткөн билимдерине таянып, аларды туюнтманын төмөнкүдөй классификациясы менен тааныштырабыз.



1.3.1-сүрөт. Туюнтманын бөлүнүшү.

Башталгыч класстын математикасынан эле окуучулардын сан туюнтмасы жөнүндө түшүнүгү болсо да, 5-класста туюнтма түшүнүгүн тактоо жана жалпылоо талап кылынат. Дидактиканын принциптерин эске алуу менен, адегенде, сан туюнтмасы жана анын мааниси жөнүндөгү билимдерге окуучуларды ээ кылып, андан ары тамгалуу туюнтма түшүнүгүн калыптандырууга өтүү туура болот” [2, 19-20 б.].

И.Бекбоевдин “Математика: Орто мектептердин 5-классы үчүн окуу китеби” деген эмгегинде “Бир нече сан менен тамгалардын амалдар жана кашаалар аркылуу жазылышы **туюнтма** деп аталат. Эгерде туюнтма жалаң гана сандардан түзүлсө, анда аны **сан туюнтмасы** деп атайбыз. Ал эми туюнтмага сандардан башка тамгалар да катышса, анда аны **тамгалуу туюнтма** дейбиз.

Мисалы, $300\cdot2-50$, $1001+75\cdot2$ – сан туюнтмалары, ал эми $5+k$, $a+b$, $8\cdot c-15$, $20+80:k$ – тамгалуу туюнтмалар болушат.

Сан туюнтмасындагы амалдарды тартиби менен аткаргандан кийин келип чыккан сан туюнтманын мааниси деп аталат” [28, 13-б.].

“Тамгасы бар туюнтма тамгалуу туюнтма деп аталат. Бул туюнтмадагы тамга ар кандай сан болушу мүмкүн. Тамганы алмаштыра турган сан ошол тамганын мааниси деп аталат” [57, 53-б.].

К.Жусуповдун “Математика-6. КР Билим берүү жана илим министрлиги тарабынан кошумча окуу курал катары бекитилген (2017.12.01 №03-6/137)” деген эмгегинде: “Арифметикалык амалдардын: орун алмаштыруу; кошуунун жана көбөйтүүнүн топтоштуруу; кошууга жана кемитүүгө карата көбөйтүүнүн бөлүштүрүү эрежелеринин жардамы менен жазылган бардык өзгөрмөлүү барабардыктар **теңдештик** болуп эсептелет.

Маселен, $x+y=y+x$; $xy=yx$; $(x+y)+z=x+(y+z)$; $(x\cdot y)\cdot z=x\cdot(y\cdot z)$; $(x+y)\cdot z=xz+yz$; $a+0=a$; $a\cdot 1=a$; $a\cdot 0=0$ – теңдештиктер.

Сандуу туюнтмалардын маанилерин табууда силер, арифметикалык амалдардын эрежелерин тез-тез колдонуп келдиңер.

Маселен, $7\cdot(100+60)$ сандуу туюнтманын маанисин оозеки эсептөө үчүн көбөйтүүнүн бөлүштүрүү эрежесин колдонуу керек: $7\cdot 100+7\cdot 60$. Мындайча айтканда, кашаасы бар $7\cdot(100+60)$ сандуу туюнтма менен алмаштыруу керек. Мындай учурду $7\cdot(100+60)$ туюнтмасы теңдеш өзгөртүлдү же $7\cdot(100+60)$ туюнтмасын **өзгөрттүк** деп айтабыз.

Туюнтманы **теңдеш өзгөртүү** деп ага теңдеш болгон башка туюнтма менен алмаштырууну айтабыз.

Өзгөрмөлөрү бар туюнтманын окшош коулуучуларын топтоштуруу; кашааларды ачуу теңдеш өзгөртүүгө мисалдар боло алышат. Туюнтманы теңдеш өзгөртүү теңдештиктерди далилдөө үчүн колдонулат” [58, 148-149 б.].

Ал эми теңдеш өзгөртүп түзүү түшүнүгү - алгебра курсу аркылуу өтөт. Теңдеш өзгөртүп түзүүлөр дайыма кандайдыр бир өлчөмдө билим берүүнүн, тарбиялоонун математиканы окутууда практиканын максатынын ийгиликтүү аткарылышын шарттайт. Теңдеш өзгөртүп түзүүдө алгач окуучулар адегенде жөнөкөй түрлөрү менен таанышышат.

Теңдемелерди чыгарууда, туюнтмалардын маанилерин эсептөөдө жана башка бир катар учурларда бир туюнтмаларды аларга теңдеш барабар болгон экинчиси менен алмаштырышат. Бир туюнтманы ага теңдеш барабар экинчи туюнтма менен алмаштырууну теңдеш өзгөртүү деп аташат. Өзгөрмөлөрү бар туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүлөр сандар менен амалдардын касиеттеринин негизинде аткарылат.

Окшош кошулуучуларды жыйноо, кашааларды ачуу, амалдардын касиеттеринен (кошуунун орун алмаштыруу, топтоштуруу жана көбөйтүүнүн орун алмаштыруу, топтоштуруу бөлүштүрүү закондору) өзгөрмөлөрдүн ар кандай маанилеринде бул туюнтмалардын тиешелүү маанилери барабар экендиги келип чыгат.

Мисал. 5х+2х-3х суммасындагы окшош кошулуучуларды жыйнайлы.

Окшош кошулуучуларды жыйноо үчүн, алардын коэффициенттерин кошуп, жыйынтыгын жалпы тамгалуу бөлүгүнө көбөйтүү керек экендиги бизге белгилүү. Төмөнкүгө ээ болобуз: 5х+2х-3х=(5+2-3)х=4х аткарылган өзгөртүү көбөйтүүнүн бөлүштүрүү касиетине негизделген [141].

Н.И.Ибраеванын “Алгебра: Жалпы билим берүүчү орто мектептердин 7-кл. үчүн окуу китеби” деген эмгегинде “Мисалы, мамычалардан теңдеш барабар туюнтмаларды тандап, тиешелүү барабардыктарды жазып чык. Ар бир учурда кайсы операциянын негизинде 2-чи мамычанын туюнтмалары пайда болгонун айт.

1.3.1- таблица. Теңдеш барабар туюнтмалар.

1	**2**
(а+в)с а+(в+с) ва (а-в)с (ав)с	ав а(вс) (а+в)+с ас+вс ас-вс

Демек, кошуунун жана көбөйтүүнүн орун алмаштыруу, топтоштуруу жана көбөйтүүнүн кошууга (кемитүүгө) карата бөлүштүрүү закондору теңдеш барабар туюнтмалардан түзүлгөн.

Аныктама. Эки туюнтманын аныкталуу областары бирдей болуп, өзгөрмөлөрдүн бүткүл маанилеринде тиешелүү түрдө барабар сан маанилерге ээ болушса, анда берилген туюнтмалар **теңдеш барабар** деп аталышат” [63, 17-б.].

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү мазмундук-методикалык багытынын негизги өзгөчөлүгү негизги мектептин математикасынын маанилүү бөлүгү болуу менен аны окуп үйрөнүү бир бөлүмгө топтолбостон VII-VIII класстардын бүткүл алгебра курсун өзүнө камтыйт (1.3.2-таблица).

Анын мазмуну бүтүн туюнтмаларды өзгөртүүдөн башталып, бөлчөктүү даража көрсөткүчтүү жана тригонометриялык туюнтмаларды өзгөртүү менен аяктайт. Алардын негизинде окуучулардын аң-сезиминде математикадагы аналитикалык метод жөнүндөгү элестөө калыптанат.

1.3.2-таблица. VII класстын окуу китептериндеги туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналган математикалык түшүнүктөргө анализ [97, 63].

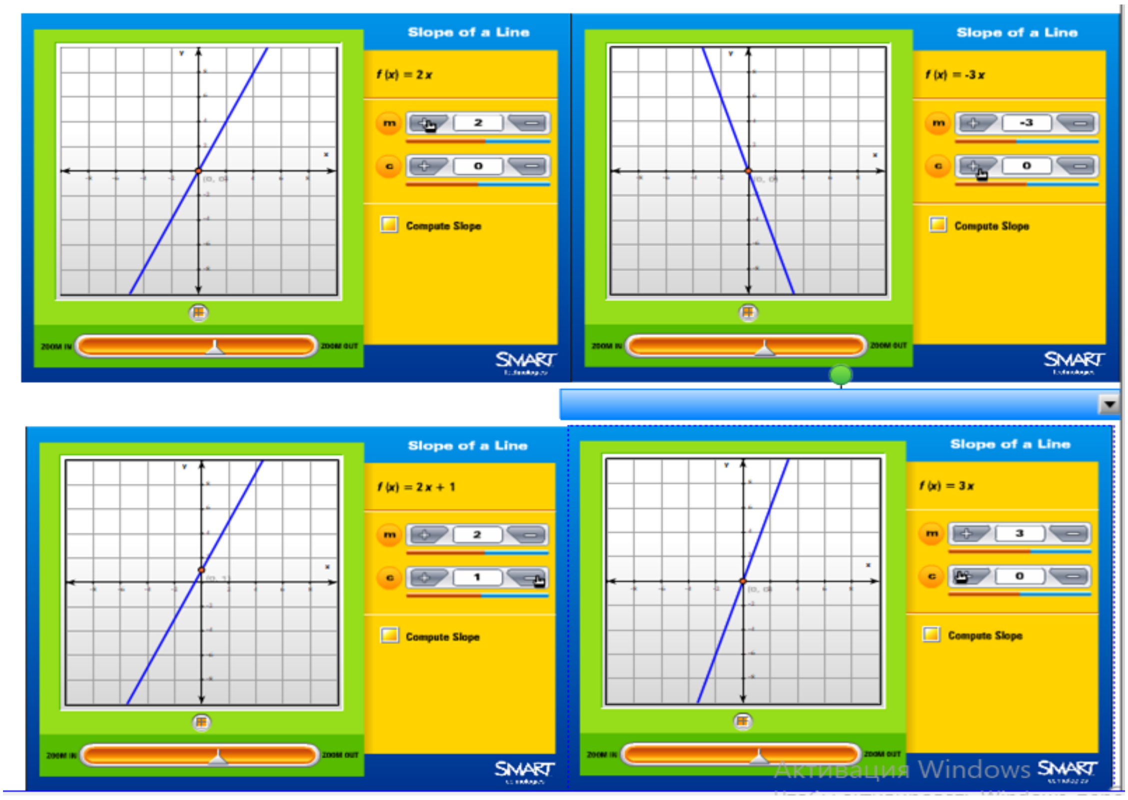
№	Окуу китептин авторлору	Жылы	Математикалык түшүнүк	Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналышы
1.	Ю.Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк, ж.б.	2003	1. Туюнтмалар, теңдештиктер. Теңдемелер. 2. Функциялар. 3. Даража. 4. Көп мүчө. 5. Кыскача көбөйтүүнүн формулалары. 6. Сызыктуу теңдемелеринин системалары.	Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү
7.	Н. Ибраева, А.Касымов	2009	1. Туюнтмалар жана аларды өзгөртүүлөр. 2. Даража жана анын касиеттери. 3. Бир мүчө жана көп мүчө, функция, теңдемелер жана алардын системалары. 4. Ыктымалдуулук теориясынын жана математикалык статистиканын элементтери. 5. Жакындатылган эсептөөлөр.	Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүлөр.

Ал эми VII класста бир мүчө, көп мүчө жана алардын ортосундагы амалдар, көп мүчөнүн стандарттык түрү, кыскача көбөйтүүнүн формулалары деген темалар теңдеш өзгөртүп түзүү боюнча окуучулардагы билимдин негизин түзөт.

VII класста функция түшүнүгү киргизилгенден кийин алгачкылардан болуп сызыктуу функциялардын классы окутулат. Анын касиеттерин кароо менен бирге эле функция түшүнүгүнө тиешелүү болгон жалпы түшүнүктөрдү (функциянын графиги, аныкталуу областы, мааниси, өсүүчү, кемүүчү функция ж.б.) калыптандырууга көңүл бурулат [104].

у=кх+в функциясынын ***к, в*** параметрлерин изилдөө, алардын геометриялык маанисин ачып көрсөтүү да талап кылынат. Ал үчүн бир эле учурда бир нече функциянын графигин түзүп, салыштырууга туура келет.

Мисалы, у=2х, у=2х+1, у=-3х, у=3х.



1.3.2-сүрөт. Сызыктуу функциянын графиктери “SMART Notebook” платформасында берилиши.

Ушул сыяктуу мисалдарды кароо менен k>0, k<0, k=0, в>0, в<0, в=0 учурлардагы графиктеринин жайланышы жөнүндө индуктивдик жыйынтык чыгарылат. Көрүнүп тургандай, биз көрсөтмөлүүлүккө таянуу менен окуучулардын сызыктуу функция жөнүндөгү билими терең болушуна жетишебиз [97].

Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын берүүдө VII-VIII класстарда, туюнтмалардын тиешелүү белгилерине өзгөчө көңүл бөлүү талап кылынарын эстен чыгарбоо керек.

С.А.Теляковскийдин редакциясы астында алгебра, орто мектептин VIII классы үчүн окуу китебинде төмөнкүдөй берүүгө болот.

Аныктама: Кандайдыр бир көптүктүн ***а*** жана ***в*** элементтери барабардык катышында турушпаса, анда алар барабарсыздык катышында турат. ***а≠в*** кийин ***а>в, а<в***.

Эгерде көптүк сан көптүгү болсо, ***(а,в∈R).*** Эгерде ***а-в*** айырмасы терс болсо, анда ***а*** саны ***в***дан кичине болот дейбиз да мындай жазабыз ***а<в. а-в*** айырмасы оң сан болсо, анда ***а*** саны ***в***дан чоң болот дейбиз да аны төмөнкүчө жазабыз ***а>в***. Мында биз көрсөтмөлүүлүктү пайдалансак болот.

1.3.3-таблица. VIII класстын окуу китептериндеги туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналган математикалык түшүнүктөргө анализ [94, 5, 15].

№	Окуу китептин авторлору	Жылы	Математикалык түшүнүк	Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналышы
1.	Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, ж.б.	1993	1. Рационалдык бөлчөктөр. 2. Квадраттык тамыр. 3. Квадраттык теңдемелер. 4. Барабарсыздыктар. Көрсөткүчтүү даража.	Рационалдык туюнтмаларды өзгөртүү,
5.	А. Абылкасымова И.Бекбоев, А.Абдиев, ж.б.	2008	1. Квадраттык тамыр. 2. Квадраттык теңдемелер. 3. Квадраттык функция. 4. Барабарсыздыктар. 5. Математикалык статистика.	
3.	А. Байзаков, А.Саадабаев	2009	1. Рационалдык бөлчөктөр. 2. Барабарсыздыктар. 3. Бүтүн көрсөткөчтүү даража. 4. Квадраттык тамыр. 5. Квадраттык теңдемелер.	Рационалдык туюнтмаларды өзгөртүү,

Программанын талабына ылайык VIII класстын алгебрасында рационалдык бөлчөктөр, алардын касиеттери, ошондой эле бөлчөктөрдүн үстүнөн жүргүзүлгөн амалдар окулат (1.3.3-таблица). Бөлчөктүү туюнтма түшүнүгү мисал менен киргизилип рационалдык туюнтмалардын классификациясы берилет [17].

Жогоруда каралгандарды жыйынтыктап келип, окуучулардын туюнтмаларды тендеш өзгөртүп түзүүдө зарыл болгон негизги билгичтиктеринин топтомун бөлүп көрсөтүүгө болот:

-туюнтмаларды окуу жана түзүү;

-туюнтманын маанисин табуу;

-туюнтманын маанилеринин областын аныктоо;

-туюнтмаларды салыштыруу;

-теңдеш барабар туюнтмаларды көрө билүү;

-амалдардын касиеттерин, закондорду жана формулаларды колдоно билүү;

-бир мүчө жана көп мүчөлөрдү стандарттуу түргө алып келүү, окшош мүчөлөрдү жыйноо, көбөйтүүчүлөргө ажыратуу;

-алгебралык бөлчөктөрдү кыскартуу, жалпы бөлүмгө алып келүү;

-туюнтманы жөнөкөйлөтүү;

-жөнөкөй теңдештиктерди далилдөө;

-теңдемелер жана барабарсыздыктарды чыгарууда тендеш өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзүү;

-функцияны изилдөө жана графигин тургузууда тендеш өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзүү;

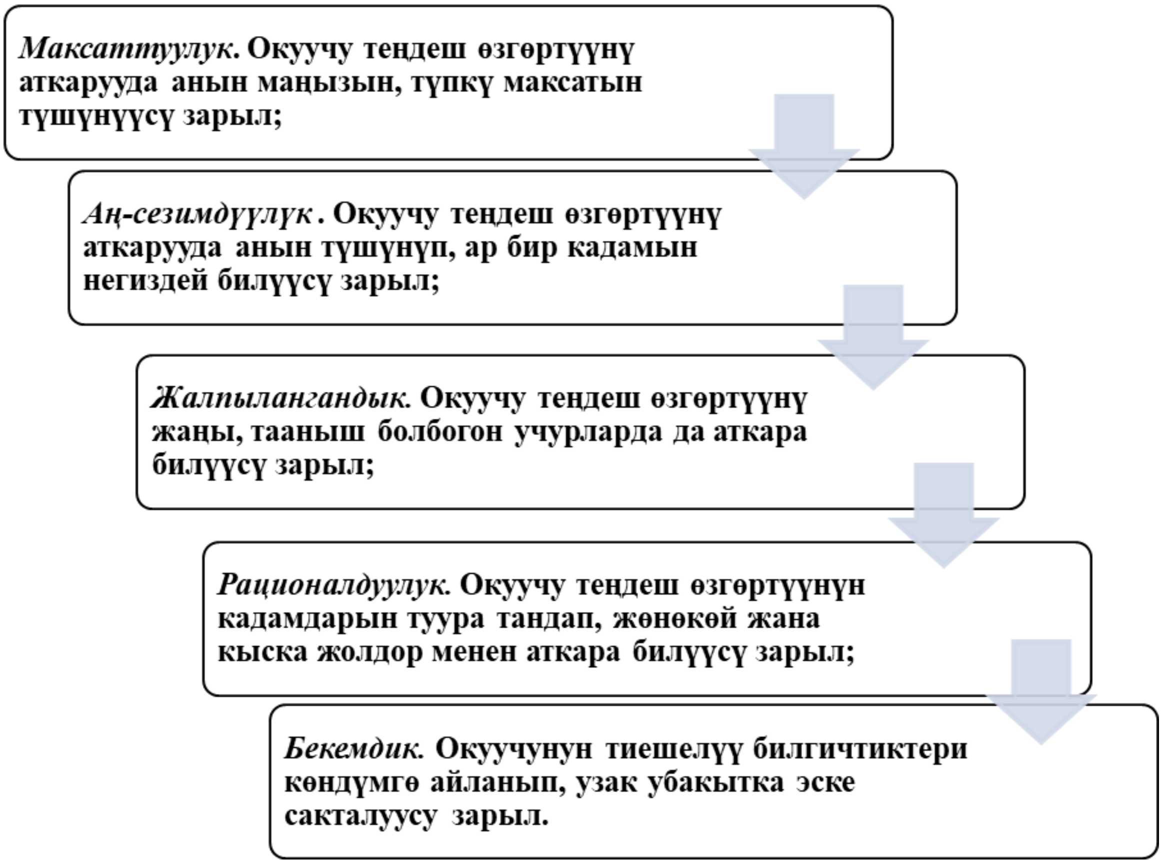
-текстүү маселелерди чыгарууда туюнтма түзүү жана аны тендеш өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзүү;

-геометриялык маселелерди чыгарууда алгебралык, тригонометриялык тендеш өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзүү.

Окуучуладын тарабынан теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткаруу иш-аракетине төмөнкү талаптар коюлушу зарыл деп белгиленди (1.2.2-сүрөт):

а) максаттуулук; б) аң-сезимдүүлүк; в) рационалдуулук; г) бекемдик; д) жалпылангандык.

Аларды чечмелеп көрөлү:



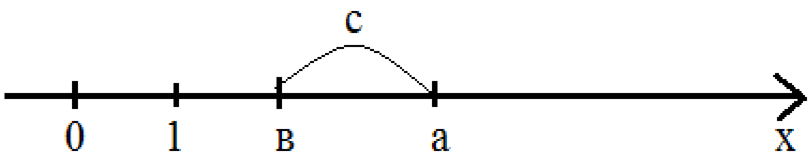
1.3.3-сүрөт. Окуучулардын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө зарыл болгон негизги билгичтиктерине коюлуучу талаптар.

Ал эми теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн ар бир түрүнө тиешелүү билгичтиктерди жана көндүмдөрдү калыптандыруунун негизги этаптары төмөндө берилди:

- теңдеш өзгөртүүлөрдү аткарууда эрежени, алгоритмди, формуланы, ыкманы үлгү боюнча колдонуу;
- теңдеш өзгөртүүлөрдү аткарууда эрежени, алгоритмди, формуланы, ыкманы окшош учурда, тааныш учурда колдонуу;
- теңдеш өзгөртүүлөрдү рационалдуу жолдор менен аткаруу, тескери теңдеш өзгөртүүлөрдү аткаруу, айрым билгичтиктерди көндүм деңгээлине жеткирүү.

Окуучулардын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө зарыл болгон негизги билгичтиктерине жогорку талаптардын коюлушу максатка ылайык.

Мисалы: а>в дегенди а-в оң сан болсо дегенди сан огунда көрсөтүүгө мүмкүн. Анда а-в=с, с>0 же а=в+с орун алат. ***в*** саны кандайдыр бир ***с*** санын кошуу менен ***а*** саны алынат. ***а*** саны Ох сан огунда ***в*** нын оң жагында жайланышат (1.3.4-сүрөт).



1.3.4-сүрөт. а>в барабарсыздыгынын сан огунда көрсөтүлүшү.

Ушул аныктамаларга таянуу аркылуу окуучуларга бир канча мисалдарды иштетүү менен биз теорияны практикага байланыштыруу жана алган билимди бекемдөө принцибин ишке ашырган болобуз. Ал эми VIII класстын алгебра курсунда бир өзгөрмөсү бар барабарсыздык деген теманы окутууда, бир канча жекече мисалдарды чыгарып көрсөтүү менен кайсы сандар барабарсыздыкты канааттандыраарын, кайсылары канааттандырбай тургандыгын текшерүү менен барабарсыздыкты чыгаруу деген, анын чыгарылыштарын көптүгүн табуу дегендик экенине ынандырабыз [94].

М.Султанбаевдин “Алгебра боюнча маалымдама. 8-класс” деген эмгегинде “Рационалдык бөлчөктөрдү өзгөртүп түзүүдө алардын суммасын, айырмасын, көбөйтүндүсүн жана тийиндисин рационалдык бөлчөк түрүнө келтиребиз. Туюнтмалардагы амалдарды ирети менен аткарабыз.

Мисалы: Амалдарды аткаргыла.

а) $\left(\frac{x}{y^2}-\frac{1}{x}\right):\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{x}\right)=\frac{x^2-y^2}{y^2x}:\frac{x+y}{yx}=\frac{(x-y)(x+y)}{y^2x}\cdot\frac{xy}{x+y}=\frac{x-y}{y}$ ж.б.” [137, 23-б.].

Ал эми мектеп окуучуларынын билим сапатын жогорулатуунун педагогикалык шарттарынын эң негизгиси болуп – предмет аралык байланышты ишке ашыруу каралды.

Информатика предметинде туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө бир системадан экинчи системага өтүүдө колдонулат.

Мисалы, теңдештиктерди далилдегиле. $156_{10}=10011100_2$; $365_8=245_{10}$, ж.б.

Экилик сандар үстүндө арифметикалык кошуу, кемитүү, көбөйтүү амалдарынын аткарылышын жогору экендигин байкоого болот.

Он алтылык менен сегиздик эсептөө системасында бири бирине которууда түздөн түз которууга мүмкүнчүлүк жок [156]. Ошондуктан он алтылыктан сегиздик системага которууда мисалы, биринчи он алтылык системадагы маанини экиликке андан соң сегиздикке которсоңуз болот, же болбосо он алтылык системадагы маанини ондук системага андан соң сегиздикке которсоңуз болот. Мисалы катары сегиздик системадагыны он алтылык эсептөө системасына которолу:

$$6635_8 = 110110011101_2 = 1101\ \ 1001\ 1101_2 = D9D_{16}$$

$$FEA_{16} = 111111101010_2 = 111\ \ 111\ 101\ \ 010_2 = 7752_8$$

Физика предметинде маселе чыгарууда формулаларды, туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү каралат [130].

Маселе чыгаруунун үлгүсү. **1**. F күчтүн таасиринде m_1 массалуу тело $2 м/с^2$ ылдамдануу алат. m_2 массалуу тело болсо, ошол күчтүн таасиринде $5 м/с^2$ ылдамдануу алат. Бул телолор өз ара туташса, алар ошол күчтүн таасиринде кандай ылдамдануу менен аракеттенет?

Берилди:	**Формуласы:**	**Чыгарылышы:**
$a_1 = 2\ м/с^2$ $a_2 = 5\ м/с^2$ m_1 ; m_2 . Табуу керек a-?	$F=m_1 \cdot a_1$; $F=m_2 \cdot a_2$ $m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$; $m_1 = \frac{a_2}{a_1} m_2$ $F=(m_1+m_2) \cdot a$ $a = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}$	$a = \left(\frac{2 \cdot 5}{2+5}\right)\frac{м}{с^2} = \frac{10}{7}\frac{м}{с^2} = 1{,}43\frac{м}{с^2}$ Жообу: $1{,}43\frac{м}{с^2}$

2. “Эркин түшүүнүн ылдамдануусун аныктагыла. Жабдуулар: кыймылсыз блок, эки жүк, тараза таштары, секундомер, бышык жип, кошумча жүк.

Чыгаруу: кыймылсыз блокко жипти арта салып анын эки учуна массалары М болгон эки жүктү илгиле. Жүктүн биринен столдун бетине чейинки бийиктикти ченеп алып, ал жүктүн үстүнө кошумча жүктү койгула. Кошумча жүктүн массасы m. Секундомердин жардамы менен жүк столдун бетине жекече убакытты өлчөгүлө.

Жүктөрдүн ылдамдануулары $a = \frac{mg}{2M - m}$ формуласы менен аныкталат. $a = \frac{2h}{t^2}$ эске алып $g = \frac{2h(2M - m)}{m \cdot t^2}$ формуласын алабыз" [101, 367-б.].

Химия предметинде теңдемелерди теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн жардамы менен чыгарышат.

Окуучуларды теңдемелерди түзүүгө тапшырма берилет. Көрүп түшүнгөн окуучулар реакциянын туура теңдемелерин жазышат:

$NaCl + AgNO_3 = NaNO_3 + AgCl\downarrow$;

$CaO + H_2SO_4 = CaSO_4 + H_2O$.

Мугалим тийешелүү суроолорду берип, окуучулардан кошулуу реакциясы үчүн төмөндөгүдөй аныктаманы айттырат: Эки татаал зат өз ара аракеттенишип, алардын курамдык бөлүктөрүнүн орун алмашуусу менен жүргөн реакциялар **орун алмашуу** реакциялары деп аталат [170].

Жыйынтыктап айтканда республикабыздын окмуштууларынын окуу китептериндеги туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналган математикалык түшүнүктөргө анализ берүү менен предметтер аралык байланыштын негизинде математикада туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнүн артыкчылыктары практика жүзүндө тастыкталды.

\Биринчи глава боюнча тыянак

1. Негизги мектептин математика курсундагы туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн орду жана мааниси такталды. Туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөр өзүнчө тема же бөлүм менен чектелбестен, бир мазмундук-методикалык багытка бириккен. Анын өзөгүн алгебралык туюнтма, бир мүчө, көп мүчө, теңдештик, теңдеш өзгөртүп түзүү, кыскача көбөйтүүнүн формулалары, теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн түрлөрү түзөт. Туюнтмаларды

теңдеш өзгөртүп түзүүлөр мазмундук-методикалык багыты негизги мектептин математика курсунда башкы оруңдардын бирин ээлеп, сандар, теңдемелер жана барабарсыздыктар, функциялар, геометрия менен тыгыз байланышта.

2. Негизги мектептин окуучуларынын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда таанып билүү активдүүлүгүн калыптандыруу проблемалары төмөндөгү багыттагы дидактикалык изилдөөлөрдө каралган: окутуу процессинде өз алдынча окуу иштерин уюштурууда, билим алуучулардын таанып билүү ишмердүүлүгүн рационалдуу ыкмалар менен калыптандырууда, окутуунун методдорун жана ыкмаларын оптималдуу тандоодо жана айкалыштырууда. Бул главада темага байланыштуу илимий-методикалык адабияттарга кеңири иликтөө жүргүзүлүп, тешелүү тыянактар алынды. Изилдөөчүлөр ушул максатта окутуунун ар кандай методдорун көрсөтүшкөн: активдүүлүк деңгээли боюнча; таанып билүү деңгээли боюнча; дидактикалык максаты боюнча; чыгармачыл ишмердүүлүктүн деңгээли боюнча. Окуучулардын активдүүлүгүн жогорулатуунун жолдорунун бири катары сабакта проблемалык-изденүүчүлүк кырдаалды түзүүнү жана проблемалык окутуу методдорун колдонууну сунушташкан.

3. Окуучулардын окуу материалын сапаттуу өздөштүрүүсү алардын таанып-билүү активдүүлүгү менен тыгыз байланышкан. Өздөштүрүү деп, фактыларды, түшүнүктөрдү, мыйзамдарды, принциптерди, теорияларды жана билимдин башка формаларын, иш аракеттерди аткаруунун жолдорун аң-сезимдүү жана толук ээ болууга багытталган, окуучунун окуу-таанып билүү иш аракетин айтабыз. Бул процесс туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун мисалында каралып, өздөштүрүүнүн негизги критерийлери берилди – сунуш кылынган материалдарды окуучулардын өз сөзү менен кайталап айтып бериши, ошондой эле түшүнүктүн аныктамасынын, теоремасынын оозеки окулушун билип, аны ынанымдуу аргументациялоо менен түшүндүрө жана негиздей билүүсү, тиешелүү теориялык жоболорду конкреттештире турган мисалдарды келтирүү ыкмасынын калыптанышы, негизгиси практикада, турмуштук кырдаалда колдоно билүүсү. Ошондой эле, өздөштүрүү кабыл

алууну, эске тутууну, ой жүгүртүүнү камтыган психологиялык процесс катары чечмеленди.

4. Негизги мектепте математиканы окутууда дидактикалык принциптердин (илимийлүүлүк, аң-сезимдүүлүк, системалуулук, удаалаштык, тарбиялык, активдүүлүк ж.б.) жетекчилике алынуусу окуучулардын билимдеринин сапаттуу болушуна жетишүүгө толук шарт түзөөрү туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун мисалында ачып көрсөтүлдү. Жыйынтыгында окуучулардын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө зарыл болгон негизги билгичтиктеринин топтомун бөлүп көрсөтүлдү, теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн ар бир түрүнө тиешелүү билгичтиктерди жана көндүмдөрдү калыптандыруунун негизги этаптары аныкталды.

Ошентип, негизги мектептердин математика курсунун программасы жана окуу китептери окуучулардын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү боюнча билимдеринин сапаттуу болушуна көмөктөш болгондой даярдалып, мугалимдерден азыркы дидактиканын жана методиканын жетишкендиктерин эске алуу менен окуу тарбиялык ишин жогорку деңгээлде алып барууну талап кылат.

ГЛАВА II. НЕГИЗГИ МЕКТЕПТЕ ОКУУЧУЛАРЫ ҮЧҮН ТУЮНТМАЛАРДЫ ТЕҢДЕШ ӨЗГӨРТҮП ТҮЗҮҮНҮ ОКУТУУНУН МЕТОДИКАСЫ (VII-VIII КЛАССТАРДЫН МИСАЛЫНДА)

2.1.VII-VIII класстарга математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун материалдарынын дидактикалык комплекси.

Изилдөөнүн объектиси: Негизги мектепте алгебраны окутуу процесси.

2.1.1.-сүрөт. Математикасыны окутууда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун методикасы.

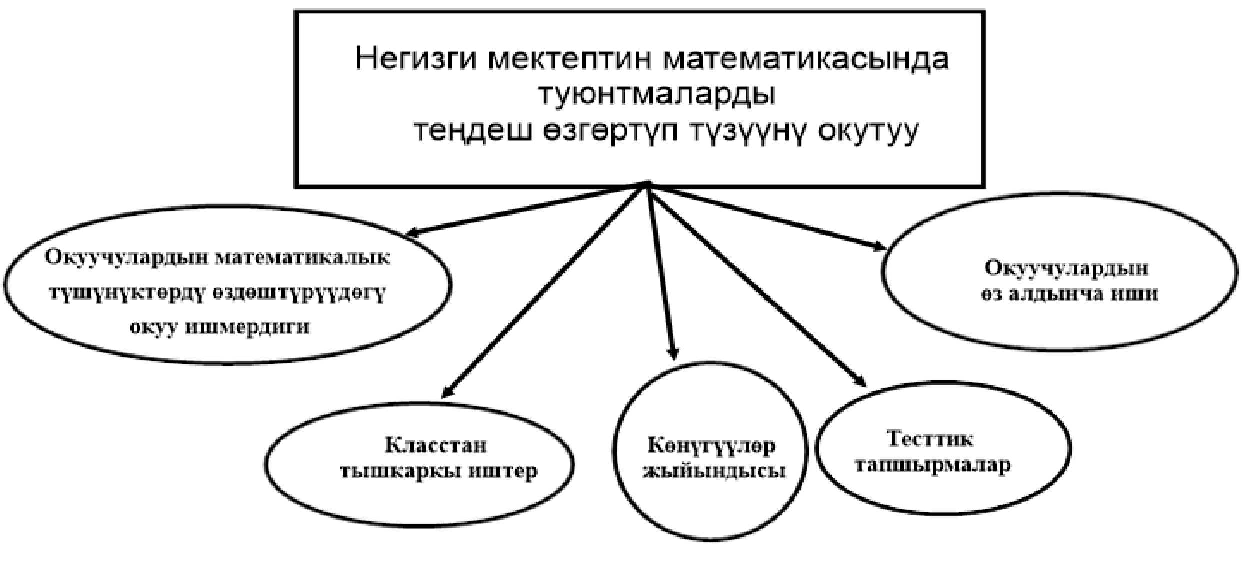
Бул схемадагы туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуу билим берүүнүн мазмунуна ылайык максаты, формалары, методдор, каражаттар берилип, атайын көнүгүүлөр түзүлүү менен математиканы окутуу процессиндеги натыйжасы көрсөтүлгөн.

Математиканы окутууда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү түшүнүгүн сабак учурунда, класстан тышкаркы иштерди уюштурууда кеңири берилиши бүтүндөй математика курсун өзүнө камтыйт.

Математикада туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда мультимедиалык каражаттарды пайдаланып окуучуларга өз алдынчалык көндүмдөрүн калыптандырууга болот.

Ошондуктан илимий багытта дагы, практикалык ишмердүүлүктө дагы, ар кандай мультимедиалык каражаттар пайдаланылууда.

“Окутуу процессинин маселелерин жана билим берүүнүн негиздерин дидактика изилдейт. Дидактика (байыркы грек тилинде “didaktikos”-окутуу жана “didasko»-окутуучу деген маанини түшүндүрөт) педагогика илиминин негизги өзөктүү бөлүгү. Окутуу процесси – абдан татаал процесс, ал өз учурунда окутуу жана окуу процесстеринен турат. Адатта окутуу процесси менен тарбиялоо процесстерин ажырагыс процесс катары кабыл алышат. Ошол эле учурда окутуу процесси өзүнө гана тиешелүү болгон закон ченемдүүлүктөргө, принциптерге, жоболорго жана эрежелерге ээ болот. Азыркы мезгилде дидактиканы окутуунун теориясы жана практикасы жөнүндөгү илим катары кабыл алышат” [100, 117-б.].



2.1.2-сүрөт. Негизги мектептин математикасында туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуу.

Ал эми туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда интерактивдүү, традициялуу методдорду пайдалануу менен бул түшүнүктүн баалуулугу артып, предмет аралык байланышы ачып көрсөтүлөт.

Изилдөөнүн предмети: Негизги мектепте тюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун методикасын өркүндөтүү.

Атайын көнүгүүлөр курсту окуп үйрөнүүнүн натыйжасында окуучулар төмөнкү билимдерге, билгичтиктерге жана көндүмдөргө ээ болууга тийиш:

-сан түшүнүгү адамдын практикалык муктаждыктарынын (саноо, ченөө) натыйжасында келип чыккандыгын билүү;

-бүтүн сандарды, жөнөкөй жана ондук бөлчөктөрдү камтыган сан туюнтмаларынын маанилерин эсептөө, формулалардын жардамы менен эсептөөлөрдү жүргүзүү;

-кашааларды ачуу, окшош кошулуучуларды топтоо эрежелерин колдонуу менен анча татаал эмес сызыктуу теңдемелерди чыгаруу;

-сандын квадратын жана кубун таба билүү [21].

Ошондуктан дидактиканын принциптерин эске алуу менен, адегенде, сан туюнтмасы жана анын мааниси жөнүндөгү билимдерге окуучуларды ээ кылып, андан ары тамгалуу туюнтма түшүнүгүн калыптандырууга өтүү туура болот.

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүдө кашааларды ачуу, жалпы көбөйтүүчүнү кашаанын сыртына чыгаруу, барабардыктын эки жагын тең бир эле санга көбөйтүү жана бөлүү амалдарын аткарууну колонобуз [22, 39, 167].

Төмөнкү мисалды чыгаралы:

5(2x-7)=15 теңдемени чыгарууда кандай теңдеш өзгөртүп түзүүнү аткарасың?

5(2x-7)=15 барабардыктын эки жагын тең 5 ке бөлөбүз

2x-7=15:5,

2x-7=3 барабардыктын эки жагына тең 7 санын кошобуз,

2x=3+7

2x=10 барабарыктын эки жагын тең 2 ге бөлөбүз.

x=10:2

x=5.

Түшүнүктүн маңыздуу белгилерин ачып көрсөтүү атайын тандалып алынган көнүгүүлөр аркылуу ишке ашырылат. Ал үчүн төмөнкүдөй диагноздоочу жана машыктыруучу мүнөздөгү көнүгүүлөрдүн системасын сунуштоого болот.

Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө деген тапшырманы берип, андан 1) x=3 болгондогу 2x+7 туюнтмасынын маанисин тапкыла;

Төмөнкү туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө (окуучулар бул тапшырманы аткарууда кыйналышса, сан кошулуучуларды алардын суммасы менен алмаштырууну сунуш кылуу дурус болот):

2). 27+y+18; 215+(m+141)+84; 35+(a+71) туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзгүлө;

3). x=15, y=21 болгондогу 3x-y туюнтмасынын маанисин тапкыла [142].

Сан туюнтмасынын мааниси жөнүндө түшүнүктү берүү менен амалдарды аткаруу тартиби, биринчи жана экинчи баскычтагы амалдар жөнүндөгү маалыматтарды окуучулардын эсине дагы бир жолу кайталоо иретинде берилсе жакшы натыйжа берет.

а) Эгерде кашаасыз жазылган туюнтмада кошуу жана кемитүү амалдары гана бар болсо, анда алар туюнтмада жазуу ирети боюнча аткарылат. Кошуу жана кемитүү биринчи баскычтагы амалдар катары эсептелинет.
Мисалы, 750-150+320=600+320=920.

б) Кашаасыз берилген туюнтмада көбөйтүү жана бөлүү амалдары гана берилген болсо, анда алар дагы жогорудагыдай берилген иретте аткарылат. Мисалы, 210:70·15:5=3·15:5=45:5=9.

в) Кашаасыз жазылган туюнтмада, адегенде көбөйтүү жана бөлүү, андан кийин жазылган ирети боюнча кошуу жана кемитүүнү аткаруу керек.

Мисалы, 540-90:15+27·4=540-6+108=534+108=542.

г) Эгерде туюнтмада кашаалар бар болсо, туюнтманын маанисин табууну кашааларда көрсөтүлгөн амалдарды аткаруудан баштоо керек.

Мисалы, 180+75·(37-29)=180+75·8=180+600=780 [162].

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү мектеп алгебрасынын негизги мазмундук-методикалык багытынын бири экенин белгиледик. Ошондуктан окуучулардын аң-сезиминде математикадагы аналитикалык метод жөнүндөгү элестөө калыптанат. Чындыгында ар бир математикалык маселени аналитикалык жол менен чыгаруу туюнмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү колдонуу аркылуу ишке ашырылат.

Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткарууда эрежеге ылайык көнүгүүлөрдү аткарууну талап кылуу керек. Алар теңдеш өзгөртүп түзүүнү туура аткаруу менен чектелбестен, анын рационалдуу жолун таап, туюнтманын аныкталуу областынын өзгөрүшүн да унутта калтырбоо керек.

Программада алгебра курсун VII-VIII класстарда окуп үйрөнүүдө окуучулардын билимдерине коюулуучу негизги талаптар такталган. Бул багытта төмөнкүдөй көрсөтмө берилет.

“Курсту окуп үйрөнүүнүн натыйжасында окуучулар төмөнкү билимдерге, билгичтиктерге жана көндүмдөргө ээ болууга тийиш:

-сандардын жардамы менен реалдуу дүйнөнүн сандык мүнөздөмөлөрү бериле тургандыгын түшүнүү;

-иррационалдык сандар жөнүндө түшүнүккө ээ болуу менен, аларга мисал келтире алуу;

-жакындатылган маанилерди жазуунун негизги формаларынын маанисин түшүнүү, эсептөөнүн натыйжаларын чамалоону жана баалоону жүргүзө билүү, калькулятордун же таблицалардын жардамы менен сандын даражасынын, берилген санга тескери сандын, квадраттык тамырдын, синустун, косинустун, тангенстин жана котангенстин жакындатылган маанилерин табуу;

-тамгалар жалпы ырастоолорду, туюнтмаларды, формулаларды жазуу, теңдеме түзүүдө белгисиз чоңдукту белгилөө үчүн сандардын ордуна колдонуулаарын, ошону менен катар өзгөрмөсү бар туюнтмаларды өзгөртүү кеңири колдонулуучу математикалык аппарат экендигин билүү менен тамгалык белгилөөлөрдүн киргизилиши;

-чоңдуктарды жалпы түрдө (тамга менен белгилөө) жазуу маселелердин шарты боюнча татаал эмес алгебралык туюнтмалар менен формулаларды (теңдештиктерди) түзүү, ошондой эле туюнтмаларга, формулаларга сан маанилерди коюу аркылуу, формулалардын негизги бир типтеги чоңдук катары туюнтуу;

-бүтүн рационалдык туюнтмаларды тендеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткарууда, көп мүчөлөрдү кошуу, кемитүү, көбөйтүү, жалпы көбөйтүүчүнү кашаанын сыртына чыгаруу аркылуу көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу;

-көбөйтүндүнү квадраттык тамырдан чыгарууну жана тамырдын ичине киргизүүнү аткаруу;

-программада көрсөтүлгөн формулаларды колдонуу менен татаал эмес тригонометриялык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүнү аткаруу;

-теңдемелер ар түрдүү кырдаалдарды математиканын тили менен берүү үчүн кеңири колдонулаарын белгилөө;

-маселелерди теңдеме методу менен чыгаруу үч этаптан: маселени теңдеменин үлгүсүнө которуу, теңдемени чыгаруу, алынган натыйжа маселенин шартына ылайык келээрин текшерүү боло тургандыгы түшүндүрүү;

-теңдемелер жана аларды чыгаруунун жолдорун издөө алгебранын өнүгүшүн шарттагандыгы жөнүндөгү түшүндүрүүгө ээ болуу;

-теңдеме, барабарсыздык, система, теңдеменин тамыры, теңдемени, барабарсыздыкты (системаны) чыгаруу түшүнүктөрүнүн маңызын түшүнүү, тиешелүү терминдерди туура колдоно алуу;

-теңдемелердин, барабарсыздыктардын, системалардын айрым түрлөрүн чыгаруунун атайын ыкмаларын (мисалы, сызыктуу теңдемелерди чыгаруунун алгоритми, квадраттык теңдеменин тамырларынын формуласы) билүү;

-айрым түрдөгү теңдемелерди жана барабарсыздыктарды (сызыктуу, квадраттык жана аларга келтирилүүчү татаал эмес рационалдык теңдемелер), ошондой эле системалардын (эки өзгөрмөлүү сызыктуу теңдемелердин, бир өзгөрмөлүү сызыктуу барабарсыздыктардын системалары) чыгаруунун ыкмаларын өздөштүрүү;

-график жолу менен, айрым учурда даяр чиймелерди колдонуп татаал эмес теңдемелердин жана системалардын жакындатылган чыгарылыштарын табуу;

-функция түшүнүгү реалдуу чоңдуктардын арасындагы ар түрдүү көз карандылыктарды берүү жана үйрөнүү колдонуларын, функционалдык көз карандылыктар, графиктер, таблицалар, формулалар, аныктамасы менен мүнөздөө аркылуу бериле тургандыгын билүү;

-математикада функция идеясы механиканын муктаждыктарына байланыштуу пайда болгондугу жөнүндө элестөөлөргө ээ болуу;

-функция, функциянын мааниси, аныкталуу областы, аргумент, график түшүнүктөрүнүн маңызын түшүнүү, тиешелүү терминдерди жана белгилерди туура колдонуу;

-формула, таблица, график аркылуу берилген функциянын маанисин табуу, функцияны берүүнүн бир түрүнөн экинчисине өтүүнү билүү;

-түз жана тескери пропорционалдуулуктун, сызыктуу жана квадраттык функциялардын касиеттерин билүү, алардын графиктеринин жалпы түрүн сүрөттөп көрсөтүү, **гарфиктерин** түзө билүү;

- ыктымалдуу-статистикалык закон ченемдүүлүктөр реалдуу дүйнөнүн массалык, көп жолу кайталануучу процесстеринин жана кубулуштарынан келип чыга тургандыгын түшүнүү;

-ыктымалдык жана ыктымалдыктын сан маанисинин түшүнүктөрүнүн маңызын түшүнүү;

-сан маанилерди жөнөкөй статистикалык талдоодон өткөрүүнүн (арифметикалык орто маанини, медиананы табуу) ыкмаларына ээ болуу, берилген маанилерди диаграмма түрүндө сүрөттөп көрсөтүү” [104, 9-12 б.].

Жогоруда белгилегендер программада жана окуу китептеринде, туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууга олуттуу көңүл бөлүнгөндүгүн тастыктайт.

Окуучулар өздөштүрүшкөн рационалдык сандардын үстүнөн жүргүзүлгөн амалдардын алгоритмдерин кайталоо жана жалпылоо максатында

$\frac{1}{2}(a+в)+\frac{1}{2}(a-в)$, бөлүштүрүү касиетин колдонуп төмөнкүнү алабыз $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}в+\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}в$. Орун алмаштыруу касиетин пайдаланып $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a\right)+\left(\frac{1}{2}в-\frac{1}{2}в\right)$болот. Мындан $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a\right)=a$ жана $\left(\frac{1}{2}в-\frac{1}{2}в\right)=0$. Демек жообунда ***а*** келип чыкты. $\frac{1}{2}(a+в)+\frac{1}{2}(a-в)=\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}в+\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}в=\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a\right)+\left(\frac{1}{2}в-\frac{1}{2}в\right)$=a+0=a. Ушул сыяктуу көнүгүүлөрдү сунуштасак, алар оң санды терс санга көбөйтүү алгоритмин ошондой эле бөлчөктүн негизги касиетине дал келет [148].

Оң жана терс сандардын үстүнөн болгон амалдарды берүүдө мугалим төмөндөгү ыкмаларды колдонсо боло тургандыгы көрсөтүлдү.

1. Мазмундуу маселелерди чыгаруу аркылуу.
2. Сан огунда кошуу.
3. Формалдуу жол, аныктамалардын жардамы менен берүү.

Бул материалды берүүдө мугалим кошуу жана көбөйтүү амалдары оң жана терс сандар үчүн түз амалдар экендигин белгилеп кетүүсү керек.

Негизинен эки өзөчөлүгүн ажыратып түшүндүрүү зарыл.

1. Белгилери бирдей болгон сандарды кошуу жана көбөйтүү;
2. Белгилери түрдүү болгон сандарды кошуу жана көбөйтүү.

Мисалы: -27+12=-15; -45+(-20)=-(45+20)=-65.

Кемитүүнү кошуу амалына тескери амал катары берүү.

Мисалы: 53-(-3)=53+3=56; (-100)-(+80)=(-100)+(-80)=-180

Координаттык түз сызык аркылуу кошуу жана кемитүүнү көрсөтүү аркылуу аныктаманы түшүндүрүү.

Сан түз сызыгында чекит өзүнөн координатасы менен берилсин. Ал чекиттин оң жагында белгилүү бир аралыкта жаткан экинчи чекиттин координатасын табуу талап кылынсын. Ал үчүн биринчи чекиттин координатасына экинчи чекит кандай жайгашкандыгын көрсөтүүчү оң санды кошуу керек.

Белгилери ар түрдүү болгон эки санды кошуу үчүн:

1) чоң модулдан кичине модулду кемитүү керек.

2) келип чыккан сандын астына модулу чоң кошулуучунун белгисин коюу керек. Мисалы, (+15)+(-4)=+(15-4)=11; (-24)+(+6)=-(24)-(-6)=-(24-6)=-18; (-23)+(42)=19.

Андан кийин өз ара карама-каршы сандардын суммасы нөлгө барабар экендигин көрсөтүү зарыл a+(-a)=0.

Оң жана терс сандарды көбөйтүү эрежелерин конкреттүү мисалдарды чыгаруу менен берилди.

Мисалы: (+10)·(+3)=30; (-9)·(+8)=-72

Оң жана терс сандарды бөлүү, көбөйтүү амалына, тескери амал катары берилди. Бул материалды индукция, байкоо, салыштыруу методдору менен берип бир орундуу же эки орундуу сандардын мисалында түшүндүрүү каралды.

“Индукциялык метод – логикалык ой жүгүртүү жолу менен жеке түшүнүктөн жалпы түшүнүккө келүү методу. Индукциянын дедукция менен айкалышкан түрү көп колдонулат” [4, 48-б.].

Мисалы: (-30):(-5)=6; (-24):(+6)=-4

Бардык бүтүн сандар үчүн кошуу, кемитүү, көбөйтүү жана бөлүү амалдары аткарылат. m,n – сандары бүтүн сандар болсун. Анда төмөндөгү касиеттер аткарылат.

1^0. –(-m)=m	5^0. m·(-n)=-m·n	9^0. 0·m=0
2^0. –m+(-n)=-(m+n)	6^0. (-m)·(-n)=m·n	10^0. 0:m=0
3^0. –m+n=n-m	7^0. m:(-n)=-(m:n)	11^0. Санды нөлгө бөлүүгө болбойт.
4^0. m+(-n)=m-n	8^0. (-m):(-n)= m:n	

Окуучулардын терс сандарды окуп үйрөнгөндөн кийин төмөндөгү билим, билгичтиктерге жана көндүмдөргө ээ болуусу күтүлдү:

-терс сандардын жазуу жана окуу;

-бүтүн сандардын көптүгү түшүнүгүнө ээ болуу;

-координата түз сызыгында, бүтүн сандардын белгилей алуу;

-оң жана терс сандарын салыштыра алуу;

-сандын модулу түшүнүгүн пайдалана алуу;

-оң жана терс сандарын кошуу (кемитүү) амалын аткаруунун эрежесин, алгоритмин билүү жана мисалдарды чыгаруу;

-оң жана терс сандарын көбөйтүү (бөлүү) амалын аткаруунун эрежесин.

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө сан барабарсыздыктарынын касиеттери кеңири колдонулат. Ошондуктан теңдештиктер жана теңдеш өзгөртүп түзүүнү өтүүнүн астында сандар менен болгон амалдардын касиеттерин кайталап алуу масатка ылайыктуу. Сандарды кошуунун жана көбөйтүүнүн негизги касиеттерин эске салабыз [141].

“1.Орун алмаштыруу касиети: ар кандай ***а*** жана ***в*** сандары үчүн, а+в=в+а, ав=ва барабардыктар орун алат.

2.Топтоштуруу касиети: ар кандай а,в жана с сандары үчүн, (а+в)+с=а+(в+с), (ав)с=а(вс) барабардыктар орун алат.

3.Бөлүштүрүү касиети: ар кандай а,в жана с сандары үчүн, а(в+с)=ав+ас барабардыктар орун алат” [97, 18-19 б.].

Кошуунун орун алмаштыруу жана топтоштуруу касиеттеринен төмөнкү келип чыгат: ар кандай суммада кошулуучуларды каалагандай орун алмаштырууга жана аларды топторго бириктирүүгө болот. Бул сыяктуу корутундуларды баардык окуучулар өздөштүргөнгө жетишүү керек, анткени алар маанилүү. Ал үчүн мисалдарга кайрылабыз.

“Маселен, 7·(100+60) сандуу туюнтманын маанисин оозеки эсептөө үчүн көбөйтүүнүн бөлүштүрүү эрежесин колдонуу керек: 7·100+7·60. Мындайча айтканда, кашаасы бар 7·(100+60) сандуу туюнтманы ага теңдеш болгон кашаасы жок 7·100+7·60 туюнтма менен алмаштыруу керек. Мындай учурда 7·(100+60) туюнтмасы теңдеш өзгөртүлдү же 7·(100+60) туюнтмасын өзгөрттүк деп айтабыз.

Туюнтманы теңдеш өзгөртүү теңдештиктерди далилдөө үчүн колдонулат" [58, 149-б.].

Окуучуларга амалдардын касиеттерин мисалдарга таянуу менен түшүндүрдүк. Жыйынтыгында кийинки темалардагы жаны түшүнүктөрдү ийгиликтүү өздөштүрүүгө даярдыктар көрүлдү. Көнүгүүлөрдүн системасында төмөнкүдөй мисалдар каралды.

Туюнтманын маанисин тапкыла.

а) 3,5·6,8+3,5·3,2=3,5(6,8+3,2)=3,5·10=35.

б) 12,4·14,3-12,4·4,3=12,4(14,3-4,3)=12,4·10=124.

Эсептегиле.

а) 15,7·3,09+15,7·2,91=15,7(3,09+2,91)=15,7·6=94,2.

б) 4,03·27,9-17,9·4,03=4,03(27,9-17,9)=4,03·10=40,3 [97].

Ушундай даярдыктан кийин тендештик, тендеш барабар туюнтмалар түшүнүгү киргизилди. Мында да көнүгүүлөрдүн жыйындысы берилди.

1. 12+x жана x+12 туюнтмаларынын ар биринин аныктоо областы болуп бардык сандардын көптүгү эсептелет. ***x*** тин каалаган маанисинде бул туюнтмалар барабар, анткени бул сандар үчүн кошуунун орун алмаштыруу закону аткарылат. 12+x жана x+12 туюнтмалары бардык сандардын көптүгүндө теңдеш барабар [98].

2. x=5; y=4 болгондогу 3(x+y) жана 3x+3y туюнтмасынын маанилерин табууга сунуш кылабыз.

3(x+y)=3(5+4)=3·9=27

3x+3y=3·5+3·4=14+12=27

Эми изилдөөнү уюштуруп, бирдей эле жыйынтыкты алганыбызды эскертебиз. Бөлүштүрүү касиетинен жалпы эле өзгөрмөлөрдүн каалаган маанилеринде 3(x+y) жана 3x+3y туюнтмаларынын тиешелүү маанилерине барабар экендиги келип чыгат.

Андан кийин 2x+y жана 2xy туюнтмаларын карап көрөбүз. x=1, y=2 болгондо алар барабар маанилер алынды.

$2x+y=2\cdot 1+2=4$,

$2xy=2\cdot 1\cdot 2=4$

Бирок, бул туюнтмалардын барабар болбогон x менен y тин маанилерин көрсөтүүгө болот. Маселен, эгерде $x=3$, $y=4$ болсо анда

$2x+y=2\cdot 3+4=10$

$2xy=2\cdot 3\cdot 4=24$

Ошентип окуучулар төмөнкүдөй аныктама менен тааныша алышты. Ал үчүн мисалдарда эки туюнтма каралып жатканына жана өзгөрмөлөрдүн каалаган маанилеринде алардын тиешелүү маанилери барабар экендигине окуучулардын көңүлүн бурдук [97].

“Аныктама 1. ***Өзгөрмөлөрдүн каалагандай маанилеринде тиешелүү маанилери барабар болушкан эки туюнтма теңдеш барабар деп аталат***.

$3(x+y)$ жана $3x+3y$ туюнтмалары теңдеш барабар болушат. Ал эми, $2x+y$ жана $3x+3y$ барабардыгы x жана y тин каалаган маанилеринде туура эмес.

Аныктама 2.***Өзгөрмөлөрдүн каалагандай маанилеринде туура болгон барабардык теңдештик деп аталат”*** [97, 22-б.].

Туура сан барабардыктарын да теңдештиктер деп эсептешет. ($a\neq 0$, $2a=2a$)

Ошентип, сандар менен болгон амалдардын негизги касиеттерин туюндуруучу барабардыктар теңдештиктер болушат.

$a+в=в+a$, $(a+в)+c=a+(в+c)$

$a\cdot в=в\cdot a$, $(a\cdot в)\cdot c=a\cdot(в\cdot c)$, $a(в+c)=a\cdot в+a\cdot c$

Теңдештиктердин башка мисалдарын да келтирүүгө болот.

$a+0=a$; $a+(-a)=0$; $a-в=a+(-в)$; $a\cdot 1=a$; $a\cdot(-в)=-a\cdot в$; $(-a)\cdot(-в)=a\cdot в$ эки терс сандардын көбөйтүндүсү оң сан болот.

Эки терс сандын көбөйтүндүсү оң сан боло тургандыгына толук ынандыруу максатында, төмөнкүдөй маселени чыгарууну окуучуларга сунуш кылдык [2].

“Маселе. Абанын температурасы ар бир саат сайын 2^0 ка төмөндөйт. Азыр термометр 0^0 ту көрсөтүп турса, 3 саат мурда термометр абанын кандай температурасын көрсөтүп турганын тапкыла.

Чыгаруу. Шарт боюнча ар бир саат сайын абанын температурасы 2^0 ка төмөндөп, азыр 0^0 болуп турса, демек 3 саат мурда абанын температурасы $+6^0$ болгон. Температуранын төмөндөшүн -2^0 аркылуу, ал эми өткөн убакытты -3 саат деп белгилейли. Көбөйтүү аркылуу (+6) деген жоопту алуу үчүн

$(-2)\cdot(-3)=+6$ деп эсептөө кабыл алынган. Ушундай маселелерди чыгаруу эки терс сандын көбөйтүндүсүн табуунун эрежесине алып келүүгө болот.

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө кошуунун, көбөйтүүнүн орун алмаштыруу, топтоштуруу жана көбөйтүүнүн кошууга (кемитүүгө) карата бөлүштүрүү закондору колдонулат" [29, 18-б.].

"х, у жана ***z***тин берилген маанилеринде xy-xz туюнтмасынын маанисин табуу үчүн үч амал аткаруу керек. Маселен, x=2,3. y=0,8, z=0,2 болгондо төмөнкүнү алабыз.

$xy-xz=2.3\cdot0.8-2.3\cdot0.2=1.84-0.46=1.38$

Эгерде xy-xz туюнтмасынын тендеш барабар x(y-z) туюнтмасын колдонсок, ушул эле жыйынтыкты эки амалды гана аткаруу менен алууга болот.

$x(y-z)=2,3\cdot0,8-2,3\cdot0,2=1,84-0,46=1,38$

Биз ***xy-xz*** туюнтмасын ага теңдеш барабар ***x(y-z)*** туюнтмасы менен алмаштырып эсептөөнү жөнөкөйлөттүк. ***Бир туюнтманы ага теңдеш барабар экинчи туюнтма менен алмаштырууну туюнтманы теңдеш өзгөртүү же жөн эле туюнтманы өзгөртүү деп аташат***. Өзгөрмөлөрү бар туюнтмаларды тендеш өзгөртүүлөр сандар менен амалдардын касиеттеринин негизинде аткарылат" [97, 24-б.].

Туюнтмаларды тендеш өзгөртүүлөр туюнтмалардын маанилерин эсептөөдө жана башка маселелерди чыгарууда кеңири колдонулду. Мисалы өзгөртүүлөрдү аткаруунун эрежелериниин негизинде, амалдардын касиеттерине токтодук. Андан ары типтүү мисалдарды келтирилди.

Мисал. 5x+2x-3x суммасындагы окшош кошулуучуларды жыйнайбыз.

Окшош кошулуучуларды жыйноонун эрежесин колдондук: окшош кошулуучуларды жыйноо үчүн, алардын коэффициенттерин кошуу жана жыйынтыгын жалпы тамгалуу бөлүгүнө көбөйтүүнү карадык:

$5x+2x-3x=(5+2-3)x=4x$

Бул өзгөртүү көбөйтүүнүн бөлүштүрүү касиетине негизделди. Алдында кошуу белгиси болгон туюнтмадагы кашааны ачуу эрежесин окуучулардын эсине салуу үчүн кайталоо уюштурулду [97].

Мисалы кандайдыр бир деңгээлде өздөштүрө билүү зарылчылыгы болсо, анда биринчи жолу эреже катары чыгуу жолу түшүнбөй чыгарылган маселени жоопторду кайрадан чыгарып чыгууга аракет жасоо керек. Эгер андан жыйынтык чыкпаса, анда анын чыгарылышын өз алдынча кайрадан кароого көндүрүү керек.

Ошондой эле маселелерди чыгарууда өзүн-өзү текшерүүнү калыптандырууга да болот. Бул учурда төмөндөгүдөй ыкмалар аркылуу жүргүзүлгөнү жакшы.

- сунушталган маселеге анын шарты боюнча чыккан жообун кошуп, анын ордуна, берилген шартта турган сандардын бирин алуу менен, тескери маселе түзүп чыгуу. Бул тескери маселенин жообунан, шартындагы сан келип чыкса, анда алгачкы маселе туура чыгарылды деп эсептөөгө болот. Алынган жооп маселенин бардык шартына ылайык келээри текшерилет.
- сунушталган маселе чыгарылышка ээ болгондон кийин, кайрадан чыгарылуунун башка жолдору көрсөтүлөт.

Ошону менен катар VII класстын алгебрасынын 4-главасы “Көп мүчөлөр” деп аталат. Бул бөлүмдүн негизги дидактикалык максаты - окуучулардын туюнтма, бир мүчө сыяктуу мурда өздөштүрүлгөн билимдерине таянуу менен, көп мүчө түшүнүгүн, алардын суммасын жана айырмасын табуу алгоритмин үйрөтүүнү карадык. Бул белгилендер менен катар эле бир мүчө менен көп мүчөнүн жана көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүсүн табуу эрежелерин берүүгө мүмкүнчүлүк түзүлдү.

Көп мүчө, стандарттуу түрүндөгү көп мүчө түшүнүктөрү, ошондой эле бир өзгөрмөсү бар көп мүчөнүн даражасы түшүнүгү киргизилген. Бүтүн туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнүн негизги максаты аларды стандарттуу түрдөгү көп мүчөгө өзгөртүүдөн турат. Ошондуктан жогоруда берилген түшүнүктү окуп-үйрөнүүдө окуучулар стандарттуу түрдөгү көп мүчө түшүнүгүнүн мазмунун жакшы өздөштүрүүлөрү керек. Көп мүчөнү стандарттуу түргө келтирүү үчүн: а) көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн стандарттуу түргө келтирүү; б) эгерде көп мүчөнүн окшош мүчөлөрү бар болсо, анда көп мүчөнүн окшош мүчөлөрүн жыйноону аткаруу жетиштүү экендиги окуучулар көнүгүүлөрдү иштөөдө көрсөтө алышты.

Эми ушул түшүнүктөрдүн окуу китебинде киргизилишине токтолсок, методика конкреттүү-индуктивдик жолу төмөндөгүчө колдонууну сунуш кылабыз.

$4x^2y$-$5xy$+$3x$-1 туюнтмасы $4x^2y$, -$5xy$, $3x$ жана -1 деген бир мүчөлөрдүн суммасын билдирет. Мындай туюнтмаларды көп мүчөлөр деп аташат.

“Аныктама 3. Көп мүчө деп бир мүчөлөрдүн суммасы аталат.

Көп мүчөнү түзгөн бир мүчөлөрдү көп мүчөнүн мүчөлөрү деп аташат. Алсак, $4x^2y-5xy+3x-1$ көп мүчөсү $4x^2y$, $-5xy$, $3x$ жана -1 мүчөлөрүнөн турат.

Эгер көп мүчө эки мүчөдөн турса, аны эки мүчө деп, эгер үч мүчөдөн турса - үч мүчө деп аталат. Бир мүчөлөрдү бир мүчөдөн турган көп мүчө деп эсептөөгө болот.

$5a^2в+2+4aв^2-3a^2в-7$ көп мүчөсүндө $5a^2в$ жана $-3a^2в$ мүчөлөрү окшош кошулуучулар болушат, себеби алар бир эле тамгалуу бөлүктөрдөн турушат. Тамгалуу бөлүгү жок 2 жана -7 мүчөлөрү да окшош кошулуучулар болушат. Көп мүчөдөгү окшош кошулуучуларды көп мүчөнүн окшош мүчөлөрү деп, ал эми көп мүчөдөгү окшош кошулуучуларды жыйноо көп мүчөнүн окшош мүчөлөрүн жыйноо деп аталат” [97, 139-б.].

Башка учурдагыдай эле теманын аягында көнүгүүлөрдү чыгаруунун үлгүлөрү берилди, стандарттуу түрдөгү көп мүчө жана анын даража түшүнүгү киргизилди.

Мисалы: көп мүчөнүн окшош мүчөлөрүн жыйнагыла.

а) $-a^4+2a^3-4a^4+2a^2-3a^2=-5a^4+2a^3-a^2$,

б) $1+2y^6-4y^3-6y^6+4y^3-y^5-9=-4y^6-y^5-8$".

Кийинки темада, окуучулардын кашааларды ачуу жана кашааларга алуу эрежелерине таянып көп мүчөлөрдү кошуу жана кемитүү алгоритми индуктивдик жол менен төмөндөгүчө түшүндүрүлдү [97].

Мугалим: $5x^2+7x-9$ жана $-3x^2-6x+8$ көп мүчөлөрүн кошууну аткаралы.

Окуучу көнүгүү менен иштөөдө алардын суммасын түзүү менен кашааларды ачуу менен алынган көп мүчөдөгү окшош мүчөлөрдү жыйнайт.

$(5x^2+7x-9)+(-3x^2-6x+8)=5x^2+7x-9-3x^2-6x+8=(5x^2-3x^2)+(7x-6x)+(-9+8)=2x^2+x-1$.

Ал эми түшүндүрүүдө $5x^2+7x-9$ жана $-3x^2-6x+8$ көп мүчөлөрүнүн суммасын $2x^2+x-1$ үч мүчөгө барабар дейбиз. Көп мүчө деп айтып, корутунду чыгаруу керек. Жалпы эле каалаган көп мүчөлөрдүн суммасын көп мүчө түрүндө көрсөтүлдү.

Андан ары x^3+5x^2-x+8 көп мүчөсүн x^3-7x-1 көп мүчөсүн кемитүүнү окуучуларга сунуш кылынды.

Окуучулар аналогия методун колдонуп, төмөнкүнү белгиленди. Ал үчүн алардын айырмасын түзөбүз, кашааларды ачабыз жана алынган көп мүчөдөгү окшош мүчөлөрдү жыйнайбыз деп белгилешти.

$(x^3+5x^2-x+8)-(x^3-7x-1)=x^3+5x^2-x+8-x^3+7x+1=(x^3-x^3)+5x^2+(-x+7x)+(8+1)=$
$=5x^2+6x+9$. Мында, $x^3-x^3=(1-1)x^3=0\cdot x^3=0$, $\forall x\in R$.

Дагы эле ***аналогия*** методу боюнча төмөндөгүдөй корутундулоо болду: x^3+5x^2-x+8 көп мүчөсү менен x^3-7x-1 көп мүчөлөрүнүн айырмасын көп мүчө түрүндө көрсөтүлдү. Ошентип көп мүчөлөрдү кошууда жана кемитүүдө кайра эле көп мүчө келип чыкты. Жогоруда көрсөтүлгөн мазмундагы аңгемелешүүнү колдонуу менен окуучуларды көп мүчөлөрдүн үстүнөн жүргүзүлгөн амалдарды туура жана сапаттуу аткарууга жетише алдык.

Бул окуучуларга белгилүү эрежени, мисалдарга таянып алардын эсине салдык. Мисалы,

$3x-2y+в=3x+(-2y+в)$ – сумма түрүндө

$3x-2y+в=3x-(2y-в)$ – айырма түрүндө көрсөттүк.

Мисал катарында айрымдарынын чыгарылыштарын берели.

Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө.

а) $(a^2-0,45a+1,2)+(0,8a^2-1,2a)-(1,6a^2-2a)=a^2-0,45a+1,2+0,8a^2-1,2a-$
$-1,6a^2+2a=0,2a^2+0,35a+1,2$

б) $(y^2-1,75y-3,2)-(0,3y^2+4)-(2y-7,2)= y^2-1,75y-3,2-0,3y^2-4-2y+7,2=0,7y^2-3,75y$

Кошуунун орун алмаштыруу жана топтоштуруу закондору боюнча туюнтманы ар кандай топторго бөлүштүрүү аркылуу көбөйтүндү түрүнө келтирүү [63].

1) $a^3-3a^2+5a=(a^3-3a^2)+(5a-15)=a^2(a-3)+5(a-3)=(a-3)(a^2+5)$.
2) $m^2-7mn+12n^2=m^2-3mn-4mn+12n^2=m^2-3mn-(4mn-12n^2)=$
$=m(m-3n)-4n(m-3n)=(m-3n)(m-4n)$.

Жалпы көбөйтүүчүсүн кашаанын сыртына чыгаруунун жардамы менен көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуунун бир катар мисалдарын кароо аркылуу анын пайдалуу экенин көрсөтө алдык.

Мисалы, $-15x^2y^3-30x^3y^2+45x^4y$ [97].

Көп мүчөсүн көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла, деген тапшырма берилди. Бул көп мүчөнүн мүчөлөрү ар түрдүү жалпы көбөйтүүчүлөргө ээ боло тургандыгын карап x,y, $3xy$, $-5x^2$ ж.б. – бул корутунду талдоо менен алынды.

Адатта бүтүн сан коэффициенттери болгон көп мүчөдө кашаанын сыртына чыгаруучу көбөйтүүчүнү кашаанын ичинде калуучу көп мүчөнүн мүчөлөрүндө тамгалуу жалпы көбөйтүүчү болгондой, ал эми алардын коэффициенттеринин модулдарынын жалпы бөлүүчүсү жок болгондой кылып тандап алынды.

$-15x^2y^3-30x^3y^2+45x^4y$ көп мүчөсүндө коэффициенттердин модулдары 15, 30 жана 45 сандары. Алардын эң чоң жалпы бөлүүчүсү 15 ке барабар. Ошондуктан, жалпы көбөйтүүчүсү коэффициент катарында 15 же -15 санын алууга боло тургандыгына ынандык. Көп мүчөнүн бардык мүчөлөрүндө x жана y өзгөрмөлөрү бар. Өзгөрмө x аларда экинчи, үчүнчү жана төртүнчү даражада турат. Ошондуктан, кашаанын сыртына x^2 ты чыгарууга болот. Өзгөрмө y көп мүчөнүн мүчөлөрүндө үчүнчү, экинчи жана биринчи даражада турат.

Ошондуктан, кашаанын сыртына у ти чыгарууга болот. Ошентип, кашаанын сыртына $15x^2y$ же $-15x^2y$ бир мүчөсүн чыгаруу ылайыктуу. Кашаанын сыртына, маселен, $-15x^2y$ ти чыгарабыз. Анда төмөнкүнү алабыз (эгерде окуучу өткөн темаларды тиешелүү деңгээлде түшүнүшкөн болушса жогорку талкулоону мугалимдин жардамысыз эле жүргүзүлдү):

$-15x^2y^3-30x^3y^2+45x^4y=-15x^2y(y^2+2xy-3x^2)= 15x^2y(3x^2-y^2-2xy)$.

Көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү үчүн бир көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн экинчи көп мүчөнүн ар бир мүчөсүнө көбөйтүү жана алынган көбөйтүндүлөрдү кошуу керек. Бул эреже бир нече мисалдарды чыгарылыштарын талдоо аркылуу чыгарылды.

Маселен, $(2x+1)(3x+2)$, $(\frac{1}{4}y+2)(3{,}5+8y)$ сыяктуу көнүгүүлөрдү,

$(2x+1)(3x+2)=2x(3x+2)+1(3x+2)=2x\cdot 3x+2x\cdot 2+1\cdot 3x+1\cdot 2=6x+4x+3x+2=13x+2$

түрүндө чечмелеп түшүндүрүү керек, андан ары туура жоопту кантип алып жатканыбызга окуучулардын көңүлүн бурдук.

Бүтүн туюнтмаларды стандарттуу түрдөгү көп мүчөгө өзгөртүүнүн негизгилеринин бири болуп эки же бир нече көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүлөрүн өзгөртүү болоорун эскертип турдук.

Ал үчүн кээде туюнтмалардагы кашааларды ачууга же тескерисинче туюнтмадагы жалпы көбөйтүүчүнү кашаалардын сыртына чыгарууга туура келет.

Жалпы учурда $d(a+в+c)=da+dв+dc$ же $(a+в+c)d =ad+вd+cd$, мында a,в,c,d - ар кандай рационалдык сандар. $d(a+в+c)$ туюнтмасын $da+dв+dc$ туюнтмасына же $(a+в+c)d$ туюнтмасын $ad+вd+cd$ туюнтмасына алмаштырууну кашааларды ачуу деп аташат. Башкача айтканда, көбөйтүүнүн бөлүштүрүүчүлүк законун пайдаланууда кашааларды ачууга туура келет [34].

Эгерде көбөйтүүчү оң сан болсо, анда көбөйтүндү катары келип чыккан алгебралык сумманын мүчөлөрүнүн белгилери баштапкы эле алгебралык сумманын мүчөлөрүнүн белгилеринде болот. Эгерде көбөйтүүчү терс сан болсо, анда көбөйтүндү алгебралык сумманын мүчөлөрүнүн белгилери баштапкы алгебралык сумманын тиешелүү мүчөлөрүнүн белгилерине карама-каршы болот.

Ар кандай оң санды **+1** менен анын өзүнүн көбөйтүндүсү, ал эми ар кандай терс санды **-1** менен анын карама-каршы санынын көбөйтүндүсү деп кароого болот. Ошондуктан, эгерде бизге –(5а-3в+с-17) түрүндөгү кашааны ачууга туура келсе, анда бул терс белгидеги туюнтманы адегенде **-1** менен карама-каршы санынын көбөйтүндүсү түрүндө жазып алабыз. Ошентип, берилген кашааны ачуу алгебралык сумманы терс санга көбөйтүүгө келтирилди.

Демек, –(5а-3в+с-17)=-1(5а-3в+с-17)=-5а+3в-с+17.

Натыйжада –(5а-3в+с-17)=-5а+3в-с+17ге ээ болгонубузду окуучуларга эскертилди.

Жогоруда d(а+в+с) туюнтмасын dа+dв+dс туюнтмасына алмаштырууну кашааларды ачуу деп атаганыбызды белгилейбиз. Көпчүлүк учурда тескерисинче, dа+dв+dс туюнтмасын d(а+в+с) туюнтмасына алмаштырууга, башкача айтканда кашааларды ачууга тескери болгон амалдарды жүргүзүүгө туура келет. dа+dв+dс алгебралык суммасынын ар бир кошулуучусундагы жалпы көбөйтүүчү ***d***ны кашаанын сыртына чыгарып жазууга болот. Анда кашаанын ичинде ***d***дан башка көбөйтүүчүлөрдүн суммасы калат:
dа+dв+dс= d(а+в+с).

Мындай ыкмаларды алгебралык сумманын жалпы көбөйтүүчүсүн кашаанын сыртына чыгаруу деп аташаарына окуучулардын көңүлүн бурабыз.

Мисалы, 9·11-9·7+9·3,4=9(11-7+3,4); 3а·7в+3ас-3а·2,5=3а(7в+с-2,5).

Коэффициент жөнүндөгү алгачкы түшүнүк математика курсунан окуучуларга белгилүү.

Мисалы, 21ав; $7\frac{1}{2}$вс; 0,3авс туюнтмасындагы 21; $7\frac{1}{2}$ жана 0,3 көбөйтүүчүлөрдү тиешелүү түрдө 1-, 2- жана 3-туюнтманын сандык коэффициенттери болушат. Эгерде туюнтмада бир нече сандык көбөйтүүчүлөр болуп калса, анда аны жөнөкөйлөтүү үчүн адегенде ошол сандык көбөйтүүчүлөрдү көбөйтүп алабыз, келип чыккан көбөйтүндү туюнтманын коэффициенти болот.

Ошондуктан туюнтманын коэффициенти анын тамга түрүндөгү көбөйтүүчүлөрдүн алдына жазылат деп окуучу корутунду чыгарат. Андан тышкары төмөнкү эки нерсени эстен чыгарбоо зарыл экендигине окуучулардын көңүлүн бурабыз:

а) эгерде туюнтманын коэффициенти 1 болсо, анда ал жазылбайт.

Мисалы: 1ав=ав; $1а^2вс=а^2вс$.

б) эгерде туюнтманын коэффициенти -1 болсо, анда ордуна “-” белгиси гана жазылат. Мисалы: -1mn=-mn; -1вс=-вс [92].

Окуу китебиндеги теңдештикти чыгарууда ордуна коюу жолуна негизделген ыкма колдонулган жаңы өзгөрмө x ти киргизбей эле а+в эки мүчөсүн өзгөрмө катарында эсептесек деле болмок (а+в)(c+d)=(а+в)c+(а+в)d=ac+вc+ad+вd теңдештигин алгандан кийин, окуучуларга өз алдынча көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү эрежесин баяндоого аракет кылышса эң жакшы болот [97].

Окуу китебинде берилген баяндамалардын экинчисин эске тутуу ыңгайлуу. Себеби көбөйтүүнүн алгоритми оозеки формасында берилген. Тиешелүү эрежени төмөндөгүчө берилди.

Топтоштуруу жолу менен көбөйтүүчүлөргө ажыратууга берилген көнүгүүлөрдү түшүнүп иштөө үчүн окуучу каралган кашаага алуунун эрежесин жакшы өздөштүрүүгө жана көп мүчөлүү көбөйтүүчүнү кашаанын сыртына чыгарууга тийиш. Берилген пункттун материалын окуп-үйрөнүүнү адеп баштаганда эле көбөйтүүнүн бөлүштүрүү законун окуучулар түшүнүп колдоно алышына жана өзүн-өзү текшере билүүгө, көнүгүүгө көңүл бурулду.

Окуучулар бул теманы өздөштүрүүдө бир катар типтүү каталарды кетирише тургандыгы да белгилүү болду. Мисалы, $в(а-8)-2(в^2-2а)=(а-8)(в-2)(в^2-2а)$ түрүндө көп кездешүүчү каталар. Негизги көңүлдү математикалык закон ченемдүүлүктөрдү түшүнүп билүүгө эмес, механикалык машыгууларды иштеп чыгууга бургандыгы аткарылган тапшырмалардын мазмундуу жактарын толук баалабагандыктан натыйжасы боло тургандыгын байкадык.

Эки көп мүчөнүн көбөйтүндүсүн стандарттык түрдөгү көп мүчөгө өзгөртүүгө карата топтоо жолу менен көбөйтүүчүлөргө ажыратуу тескери өзгөртүү болуп эсептелет. Эгерде биринчи маселе дайыма чыгарылышка ээ болсо, анын үстүнө анын чыгарылышынын алгоритми белгилүү болсо, анда топтоштуруу жолу менен көбөйтүүчүлөргө ажыратууда окуучу сынап көрүү методун колдонуш керек. Анткени топтоштуруунун кээ бирлери гана көздөгөн максатка алып келиши мүмкүн экендигин практика жүзүндө көрө алдык.

Материалды баяндоо проблемалуу маселени коюу менен башталды. Эки көп мүчөнүн көбөйтүндүсүн өзгөртүүнүн натыйжасында ав-2в+3а-6 көп мүчөсү алынды. Демек алгачкы алынган эки мүчөнүн а-2 жана в+3 көбөйтүндүсүнө теңдеш барабар экендиги белгилүү болду.

Мында э***вристикалык аңгеме*** методун колдонуу менен материалды түшүндүрүп жатканда көпчүлүк учурда окуучулардын демилгесине таяна алдык. Пункттагы көнүгүүлөрдү шарттуу түрдө машыгууну (алар топтоо жолу менен көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратууну билүүгө арналат) жана топтоо жолу башка маселелердин чыгарылышындагы колдонушка ээ болгон көнүгүүлөр деп бөлсө боло тургандыгын көрө алдык. Ошондуктан бир катар атайын көнүгүүлөрдүн чыгарылыштарына токтолдук.

Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла [97]:

а) $mx+my+6x+6y=(mx+my)+(6x+6y)=m(x+y)+6(x+y)=(m+6)(x+y)$

б) $9x+ay+9y+ax=(9x+9y)+(ay+ax)=9(x+y)+a(x+y)=(9+a)(x+y)$

Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла:

а) $x^2+ax-a^2y-axy=(x^2-axy)+(ax-a^2y)=x(x-ay)+a(x-ay)=(x+a)(x-ay)$

б) $5a^3c+10a^2-6вc-3aвc^2=(5a^3c+10a^2)-(6вc+3aвc^2)=5a^2(ac+2)-3вc(2+ac)=$ $=(2+ac)(5a^2-3вc)$.

Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыраткыла [165]:

1) $8(y-3)-a(3-y)=8(y-3)+a(y-3)=(y-3)(8+a)$;
2) $6(a-2)+5a(2-a)=6(a-2)-5a(a-2)=(a-2)(6-5a)$;

3) 3ax-ay+3bx-by=(3ax+3bx)-(ay+by)=3x(a+b)-y(a+b)=(3x-y)(a+b);

4) ab-ac-7b+7c=a(b-c)-7(b-c)=(b-c)(a-7);

5) $(a+3)^2$-(a+3)(2a-3)= (a+3)(a+3-2a+3)=(a+3)(6-a);

6) 2(x+y)(x-y)-$(x+y)^2$=(x+y)(2x-2y-x-y)=(x+y)(x-3y).

Акыркы тема теңдештиктерди далилдөө деп аталды. Бул темада бир катар мисалдар келтирилди.

*Мисал*ы, Теңдештикти далилдейбиз. Мугалимдин тапшырмасы боюнча окуучулардын иш аракети атайын көнүгүүлөрдөн турду.

Бул барабардыктын сол жагын өзгөртөбүз:

xy-3y-5x+16=(xy-3y)+(-5x+15)+1=y(x-3)-5(x-3)+1=(x-3)(y-5)+1 [97].

Барабардыктын сол бөлүгүн xy-3y-5x+16 көп мүчөсүн теңдеш өзгөртүүнүн натыйжасында биз анын оң бөлүгүн (x-3)(y-5)+1 ди алдык жана ошону менен берилген барабардык теңдештик экендигин далилдедик.

Бул теңдештикти анын оң бөлүгүнө өзгөртүп, башкача далилдөөгө болот.

(x-3)(y-5)+1=xy-3y-5x+15+1=xy-3y-5x+16

Ошентип теңдештикти далилдөө үчүн анын оң бөлүгүн солго же сол бөлүгүн оңго өзгөртүшүн же баштапкы барабардыктын оң жана сол бөлүктөрү бирдей эле туюнтмага теңдеш барабар экендигин көрсөтүшдү.

2.1.1-таблица. Атайын көнүгүүлөр [167].

Туюнтма	Туюнтманы теңдеш өзгөртүп түз	Туюнтманы дагы теңдеш өзгөртүп түз	Эгер x=-1 болсо, анда маанисин тапкыла.
1) 3x+x-6-(x+18x+6)=	4x-6-19x-6=	-15x-12=	3
2) (x-2)(x+2)=	x^2+2x-2x-4=	x^2-4=	-3
3) -(x-b)-(x+b)=	-x+b-x-b=	-2x=	2
4) a-(x+a)=	a-x-a=	-x=	1
5) -8,9+x -(x-14,9)=	-8,9+x-x+14,9=	6	6
6) 7x-18x+25x*6=	-11x+150x=	139x=	-139

VIII класстын алгебрасынын 5 главасы бүтүн көрсөткүчтүү даража деп аталып, анда теңдеш өзгөртүп түзүүгө тиешелүү болгон төмөндөгүдөй темалар каралыт: «Бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы» жана «Бүтүн көрсөткүчтүү даражанын касиеттери» [94].

Бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктамасын киргизүүнүн методикасына кыскача токтолдук.

Жаңы материалдарды түшүндүрүүдөн мурда натуралдуу жана нөл көрсөткүчтүү даражанын аныктоосун окуучулардын эсине салуу пайдалуу болду: 1) эгер $n\in N$ жана $n>1$ болсо, анда $a^n=\underbrace{aa...a}_{n-жолу}$ болот;

2) эгер n=1 болсо, анда $a^1=a$ болот;

3) эгер n=0 жана $a\neq 0$ болсо, $a^0=1$ болот.

Бул түшүнүктөр берилгенден кийин окуучулар 1-3 аныктамасы ***n***ге карата a^n туюнтмасы ар түрдүү мааниге ээ болорун көрүшөт. Андан кийин мындай суроо коюлду: 10^{-24}, $(0,3)^{-7}$ ж.б туюнтмалар эмнени билдиришет, б.а. a^n туюнтмасына кандай маани беришет (мында, n бүтүн терс сан)? Бул оңдоого бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы жооп алынды.

Окуу китебинде формула түрүндө берилген аныктамага мындай толуктоо келтирилет: бүтүн терс көрсөткүчтүү жана негизи нөлгө барабар болбогон даража алымы бир, ал эми бөлүмү ошол эле негиздеги жана карама-каршы көрсөткүчү бар бөлчөккө барабар болот.

Ал эми аныктамага окуучуларды алып келүү үчүн конкреттүү индуктивдүү жол колдонулду.

Биз караган адабияттардын маалыматынан Күндүн массасы $1,985\cdot10^{33}$га, ал эми суутектин атомунун массасы $1,674\cdot10^{-24}$га барабар деген маалыматтарды табууга болот. 10^{33} жазуусу 10ду өзүн өзүнө 33 жолу көбөйтүүнү туюндурат. Ал эми 10^{24} жазуусунун мааниси кандай?

10 санын удаалаш 0,1,2,3 ж.б көрсөткүчү менен жазып, төмөнкү сапты алабыз

$$10^0,10^{-1},10^{-2},10^{-3},10^{-4},\ldots \qquad (1)$$

Бул саптагы ар бир сан андан кийин келүүчү сандан 10 эсе кичине. (1)

сапты ошол эле закон боюнча солго улантсак, 10^0 сандын алдына $\frac{1}{10}=\frac{1}{10^1}$ санды, $\frac{1}{10^1}$ сандын алдына $\frac{1}{100}=\frac{1}{10^2}$ санды, $\frac{1}{10^2}$ сандын алдына $\frac{1}{10^3}$ санды ж.б. жазууга туура келет. Ошентип жыйынтыгында

$$\frac{1}{10^3},\frac{1}{10^2},\frac{1}{10^1},10^0,10^1,10^2,10^3, \text{ алабыз} \qquad (2)$$

(2) сапта 10 санынан оң жакты карай ар бир даражанын көрсөткүчү андан кийин турган сандын даража көрсөткүчүнө караганда бирге кичине. Ушул законду 10^0 сандын сол жагында турган сандарга таратып, аларды 10 санынын терс даража көрсөткүчү катарында жазышат. $\frac{1}{10^1}$ дин ордуна 10^{-1}, $\frac{1}{10^2}$ дин ордуна 10^{-2} ж.б жазышат. Ошентип төмөнкүнү алабыз:

$$\ldots 10^{-3},10^{-2},10^{-1},10^0,10^1,10^2,10^3,\ldots$$

Ошентип, 10^{-1} саны $\frac{1}{10^1}$, 10^{-2} саны $\frac{1}{10^2}$ ж.б. түшүндүрүлдү.

Бул түшүнүктөр ар кандай нөлдөн айырмаланган негиздин даражасы үчүн да кабыл алынат.

Аныктама 4.*Эгерде a≠0 жана n – бүтүн терс болсо, анда* $a^n=\frac{1}{a^{-n}}$ [115].

Ушул аныктамадан пайдаланып, $5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$; $(-3)^{-4}=\frac{1}{(-3)^4}=\frac{1}{81}$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3}=-8$ экендигин табабыз.

Теманын мазмуну окуу китебине ылайык түшүндүрүүнүн астында мугалим төмөнкүдөй жалпы методикалык көрсөткүчтөрдү эске алынды.

Окуучуларга 7-класстын курсунан белгилүү болгон натуралдык көрсөткүчтүү даражанын касиеттерин кайталоодон баштоо керек. Касиеттерди доскага жазып коюу менен $a^m \cdot a^n=a^{m+n}$ (мында, $m\in N$ жана $n\in N$) барабардыгы натуралдык көрсөткүчтүү даражанын негизги касиетин туюнта тургандыгын эске салабыз. Натуралдык көрсөткүчтүү даражанын баардык касиеттери бөлчөк туюнтмаларды өзгөртүп түзүү боюнча көнүгүүлөрдү аткарууда окуучулар тарабынан бир нече жолу колдонулгандыктан бул ишти бир кыйла жеңилдете тургандыгына ынандык. Ошондуктан алардын жазылышын гана жалпы түрдө эске сала кеттик.

Андан кийин бул касиеттер каалагандай бүтүн көрсөткүчтөр үчүн аткарылабы? деген суроонун алкагында, мисалды $a^{-3}\cdot a^5=a^{-3+5}$ (мында, а-нөлдөн айырмаланган айрым сан) барабардыгы туурабы (тексттеги 1-мисалды кара)? Бул суроого жоопту окуучулар өз алдынча даражанын аныктоосунан жана натуралдык көрсөткүчтүү даражанын касиеттеринен пайдалануу керек экедигин белгиледик. Эң акырында баардыгына маалым болгондой кылып, ар бир учурду негиздөө менен талкулоо жүргүзүү принципиалдуу негизге ээ болот: a^{-3+5}= (бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктоосунун негизинде) $==\frac{1}{a^3}\cdot a^5=$ (көбөйтүндүнү бөлчөккө өзгөртүп жазуунун эрежесинин негизинде) $=\frac{a^5}{a^3}=\frac{a^3\cdot a^2}{a^3}=a^2$ (кошуунун орун алмаштыруу законунун негизинде)$=a^{-3+5}$ [97].

Ушул эле бөлүмдө, даражанын төмөндөгүдөй негизги касиеттерин программа кароого сунуш кылынды.

а) каалаган а саны жана эрктүү m жана n натуралдык сандары үчүн $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

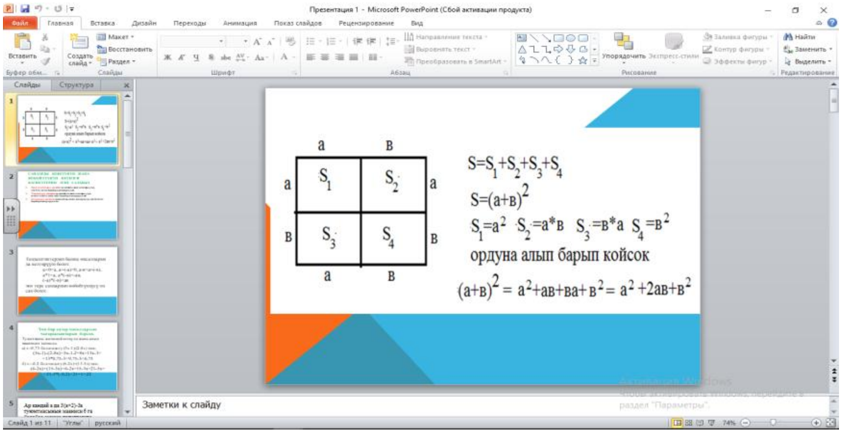
б) каалаган $a\neq 0$ саны жана $m>n$ болгон эрктүү m жана n натуралдык сандары үчүн $a^m:a^n=a^{m-n}$

в) негиздери бирдей болгон даражаларды бөлүүдө негизин мурдакыдай калтырышат жана бөлүнүүчүнүн даража көрсөткүчүнөн бөлүүчүнүн даража көрсөткүчүнөн кемитишет. Толуктоо үчүн төмөндөгүдөй аныктама берилет.

Аныктама 6.Көрсөткүчү нөл болгон а (нөлгө барабар эмес) санынын даражасы бирге барабар [97].

Айрым бүтүн туюнтмаларды стандарттуу түрдөгү көп мүчөгө өзгөртүп түзүүнү жана көбөйтүүчүлөргө ажыратууну кыскача көбөйтүүнүн формулалары менен жүргүзүлдү. Бул формулалар төмөндөгүлөр:

Эки туюнтманын суммасынын квадраты биринчи туюнтманын квадратына, плюс биринчи менен экинчи туюнтмалардын эки эселенген көбөйтүндүсүнө, плюс экинчи туюнтманын квадратына барабар: $(а+в)^2=а^2+2ав+в^2$.



2.1.3-сүрөт. Эки сандын суммасынын квадратынын геометриялык интерпретациясынын мультимедиалык каражат аркылуу берилиши.

Чиймелерди, жогоруда көрсөтүлгөн формулалардын геометриялык интерпретациясын доскага кайра-кайра чийип, жазып отурбастан интерактивдүү доскадан керектүү кезде сактап коюп алып чыгып көсөтүп турса болот (2.1.3-сүрөт).

$(а+в)^2=а^2+2ав+в^2$ формуласын түшүндүрүүдө бул формуланы бир эки мисалда гана колдонулаарын карап тим болбостон, бул формуладагы ***а*** менен ***в*** нын орду ар кандай түрдө (бир мүчөдөн, көп мүчөдөн, логарифмалык же тригонометриялык туюнтмалардан ж.б.) керектелүүчү учурларда да колдоно берүүгө боло тургандыгын белгилеп турду [56].

Ушундай эле төмөнкү формулалар киргизилет: $(а-в)^2=а^2-2ав+в^2$

Эки туюнтманын айырмасы менен алардын суммасынын көбөйтүндүсү, ушул туюнтмалардын квадраттарынын айырмасына барабар: $(а+в)(а-в)=а^2-в^2$.

Бул формулаларды колдонуп төмөндөгүдөй атайын көнүгүүлөрдү чыгарууга болот.

1.Бөлчөктүн аныкталуу областына кирбеген санды жаз.

$$\frac{(a^2-100)}{(a^2-26a+169)}=\frac{(a-10)(a+10)}{(a-13)(a-13)},$$ **Жообу: 13**

2. Бөлчөктүн аныкталуу областына кирбеген санды жаз. $\frac{(7x+1)}{(x^2-10x)}=\frac{7x+1}{x(x-10)}$,

Жообу: 10

3. Эгерде a=0,5 и b=0,2 бөлчөктү кыскарт жана маанисин

тап $\frac{4a^2+25b^2-20ab}{4a^2-25b^2}=\frac{(2a-5b)(2a-5b)}{(2a-5b)(2a+5b)}=\frac{2a-5b}{2a+5b}$, **Жообу: 0**

4. Эгерде a= - 0,25 туюнтманын маанисин тап $\frac{6a^7-3a^5}{4a^8-2a^6}=\frac{3a^5(2a^2-1)}{2a^6(2a^2-1)}=\frac{3a^5}{2a^6}=\frac{3}{2a}$,

Жообу: -6

5. Эгерде a=5 туюнтманын маанисин тап $\frac{5a^3+36}{a^2-12a+36}-\frac{5a^3+a^2}{a^2-12a+36}$,

Жообу: 11

Эки туюнтманын кубдарынын суммасы ушул туюнтмалардын суммасы менен алардын айырмасынын толук эмес квадратынын көбөйтүндүсүнө барабар: $а^3+в^3=(а+в)(а^2-ав+в^2)$. Жогоруда көрсөтүлгөн формулаларды презентация жасап көрсөтүлдү [166].

Эки туюнтманын кубдарынын айырмасы ушул туюнтмалардын айырмасы менен алардын суммасынын толук эмес квадратынын көбөйтүндүсүнө барабар: $а^3-в^3=(а-в)(а^2+ав+в^2)$

Мындан кийин $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ (мында, $a\neq0$) барабардыгы ар кандай бүтүн ***m*** жана ***n*** үчүн чындык экендиги айтылат. Жалпы учур үчүн далилдөө келтирилди.

Бүтүн көрсөткүчтүү даражанын башка касиеттерин кароодо да ушундай эле методика колдонулду. Айрым учурда, бул иш үй тапшырмасы катары да сунуш кылына тургандыгын белгилей кетебиз.

Эми окуу китебинде жогоруда көрсөтүлгөн касиеттерди түшүндүрүү кандай жүргүзүлгөндүгүн талдоо максатында ал текстерди бердик.

Ар кандай $a\neq0$ жана каалагандай бүтүн ***m*** жана ***n*** сандар үчүн:

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ (1), $a^m:a^n=a^{m-}$ (2), $(a^m)^n=a^{mn}$ (3),

ар кандай $a\neq0$, $в\neq0$ жана каалагандай бүтүн ***n***үчүн:

$(ав)^n=a^nв^n$ (4),

$\left(\frac{a}{в}\right)^n = \frac{a^n}{в^n}$ (5).

Ушул касиеттерди бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктамасын жана натуралдык көрсөткүчтүү даражанын касиеттерин пайдаланып далилдөөгө болот.

Мисалы, (1) касиетин (даражанын негизги касиетин) туура экендигин, даража көрсөткүч бүтүн терс сан болгон учур үчүн далилдейбиз. Башкача айтканда, $a^{-k} \cdot a^{-p} = a^{-k-p}$ экендигин (мында *a≠0,* ***k*** *ж*ана ***p*** – натуралдык сандар) далилдейбиз [94].

Төмөнкүнү алабыз: $a^{-k} \cdot a^{-p} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{1}{a^k \cdot a^p} = \frac{1}{a^{k+p}} = a^{-(k+p)} = a^{-k-p}$ [51].

a^{-k}жана a^{-p} даражаларын $\frac{1}{a^k}$ жана $\frac{1}{a^p}$ бөлчөктөрү менен алмаштырып жана $\frac{1}{a^{k+p}}$ бөлчөктү $a^{-(k+p)}$ даражасы менен алмаштырууда, биз бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктамасынан пайдаландык. $a^k \cdot a^p$ көбөйтүндүсүн a^{k+p} даражасы менен алмаштырганда, биз натуралдык көрсөткүчтүү даражанын негизги касиетин пайдаландык.

Бүтүн көрсөткүчтүү даражанын үстүнөн амалдар жүргүзүү натуралдык көрсөткүчтүү даражалар менен амалдар жүргүзүүгө окшош эле аткарылды.

Окуучулардын математикалык ой жүгүртүүсүн өстүрүү проблемасын чечүүнүн бир нече жолдору каралды. Алар төмөнкүлөр: окутуунун мазмунун жакшыртуу анын теориялык деңгээлин жогорулатуу, окуу материалдарын берүүдө ой жүгүртүүнү өнүктүрүүгө багыт алуу, окутуунун методикасынын эффективдүүлүгүн жогорулатуу, ар түрдүү дидактикалык каражаттарды жана баарыдан мурда маселени чыгарууну орду менен колдонуу. Көрсөтүлгөн багытта рационалдык туюнтмаларды тендеш өзгөртүп окутууда окуучулардын ой жүгүртүүсүн өнүктүрүү максатында айрым учурларда чыгаруунун бир нече жолдору мүмкүн болгон мисалдар дагы сунуш кылынды жана чыгаруу жолдорунун бирөө эффективдүү, кыска жана даана болуш керек экендиги эске алынды. Бул багытта x жана y өзгөрмөлөрү мында x=2n+3, төмөнкү мисал боюнча таблица түрүндө жазгыла деген тапшырманы берсе болот.

y=$\frac{(2n+3)(2n-3)+9}{4n}$, мында n өзгөрмөсү төмөнкү көрсөткүчтөрдө маани алат. n=15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25. Эгерде алдын ала берилген туюнтманы, ***y*** үчүн тендеш өзгөртүп түзүп алып, өзгөрмөлөр ***x***жана ***y*** салыштыруу менен ишке ашырылса, бул маселе эң жөнөкөй чыгарыла тургандыгын көрүү кыйын эмес экендигине ынандык. Кээ бир окуучулар өзгөрмө **n** дин көрсөтүлгөн маанилерин ордуна коюу менен узакка созулуучу эсептөөлөрдү жүргүзүштү. Бул учурда окуучулардын таанып-билүү ишмердүүлүгүнө туура багыт берүү максатында рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү сунуш кылынды.

Бөлүмдүн аягында “бүтүн туюнтма” түшүнүгүн тактап коюу талапка ылайык. Ал үчүн ушул кезге чейин каралып келген туюнтмалар (өзгөрмөлүү) бүтүн туюнтмалар экенине көңүлүн буруп, $5x^2$; 17a+6; $2{,}3t+1{,}2t^2$ сыяктуу туюнтмалардын өзгөчөлүктөрүнө талдоо жүргүзүп корутунду чыгарылды.

Жогоруда сөз болгон жаңы түшүнүктөр VII класстын окуучуларынын жаш өзгөчөлүгүн эске алуу менен конкреттүү-индуктивдик метод аркылуу киргизилди. Теңдеш барабар туюнтмалар түшүнүгүн калыптандырууну $2y+5y^2$ жана $3y^3$ туюнтмаларынын маанилерин, өзгөрмө y тин айрым маанилерине салыштыруудан баштоо сунуш кылынды. Анткени бул типтеги тапшырмалар жаңы түшүнүктүн маңыздуу белгилерин бөлүп алууга жардам берди (2.1.1. таблица).

2.1.1. таблица

y	$2y+5y^2$	$3y^2$
-1	3	3
0	0	0
1	7	3
2	24	24

2.1.2. таблица

x	$7x^3$-x	$6x^2$
0	0	0
1	6	6
2	54	24
-1	-6	6

Негизги белги орун албай турган дагы бир нече мисал келтирилди: $7x^3$-х жана $6x^2$ туюнтмаларын салыштыргыла. $7x^3$-х жана $6x^2$ туюнтмаларын салыштыруу да таблица формасында жүргүзүү максатка ылайык. (2.1.2. таблица)

Таблицада берилгендерге таянуу менен $7x^3$-х жана $6x^2$ туюнтмаларынын маанилери өзгөрмө ***x***тин айрым маанилеринде барабар болот деген корутунду жасалды. Эми 2(а+7) жана 2а+14 туюнтмаларын кароо сунуш кылынды. Түздөн түз эсептөөнү жүргүзүп, бул туюнтмалардын маанилери (өзгөрмөнүн көрсөтүлгөн маанилеринде) барабар боло тургандыгын байкадык.

2.1.3 таблица

х	2(а+7)	2а+14
-2	10	10
-1	12	12
0	14	14
1	16	16
2	18	18

Андан ары фронталдык түрдө төмөнкүдөй суроолорду чечүүнү тапшырма катарында бердик:

а) 2(а+7) жана 2а+14 туюнтмаларынын маанилери, ***а*** нын биз текшерген маанилеринен башка маанилеринде барабар болушабы?

б) Бул суроого эсептөөнү аткарбай туруп жооп берүүгө болобу?

в)Тапшырманы аткаруу үчүн ар кандай рационалдык сан үчүн көбөйтүүнү кошууга карата бөлүштүрүүчүлүк касиетин колдонууга мүмкүн деп ойлойсуңарбы? [106].

Окуучулар көрсөтүлгөн законго таянуу менен, $(\forall a \in Q)\left[(2(a+7)=2a+14\right]$ боло тургандыгы жөнүндөгү корутундуну белгилешти (2.1.3. таблица).

Эки туюнтма теңдеш барабар эмес экендигин далилдөө үчүн бул туюнтмалардын тиешелүү маанилери барабар болбогон бир гана мисалды келтирүү жетиштүү.

Барабардыктар төмөнкү касиеттерге ээ:

1.Каалагандай туюнтма өзүнө-өзү барабар, б.а. $a = a$ болот (рефлексивдик касиет).

2.Эгерде $a = в$ болсо, анда $в = a$ болот (симметриялуулук касиет).

3.Эгерде $a=в$ жана $в=c$ болсо, анда $a=c$ болот (транзитивдүүлүк касиет) [109].

Жалпысынан айтканда, туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун максаты программада аныкталып, окуучулардын тиешелүү билгичтиктери жана көндүмдөрүн калыптандыруу ар түрдүү математикалык маселелерди, теңдемелер жана барабарсыздыктарды чыгарууга, функция түшүнүгүн калыптандырууга, башка предметтерди окуп үйрөнүүгө зарыл болгон деңгээлде ишке ашыруу талабы коюлат.

2.2. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда атайын көнүгүүлөрдү колдонуунун методикасы.

VII класстын математика курсунда көптүктө туюнтмалардын теңдеш барабардыгы жөнүндөгү түшүнүк киргизилгендиги белгилүү. Бүтүн туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү кандайдыр бүтүн туюнтманы бардык сандардын көптүгүндө алгачкыга теңдеш барабар болгон башка бир бүтүн туюнтмага алмаштырууга келтирилет. Бөлчөк туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү - бул бөлчөктүү туюнтманы жалпы аныкталуу областына алгачкыга теңдеш барабар болгон рационалдык туюнтмага алмаштыруу болуп эсептелет.

Рационалдык туюнтмаларды окуп үйрөнүү VII-VIII класстардын алгебра курсуна тийиштүү. VII класста бүтүн рационалдык туюнтмалар жана алардын теңдеш өзгөртүп түзүү окутулат [21].

VIII класстын курсунда бөлчөктөрдүн суммасын, айырмасын, көбөйтүндүсүн жана тийиндисин бөлчөккө өзгөртүп түзүү каралат. Рационалдык туюнтмаларды өзгөртүп түзүү боюнча алынган машыгуулар, бөлүмүндө өзгөрмөсү бар бөлчөктүү рационалдык теңдемелерди чыгарууда жана туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө колдонулат. VII класстын курсунда натуралдык жана нөл көрсөткүчтүү даража түшүнүгү киргизилген жана анын касиеттери каралган. VIII класстын математика курсунда бул тема андан ары тереңдетилип берилет. Бүтүн терс көрсөткүчү бар даражанын аныктамасы, натуралдык көрсөткүчтүү даражанын касиеттери каалагандай бүгүн көрсөткүчү үчүн жалпыланат. Окуу китебиндеги биринчи тема рационалдуу туюнтмалар. VII класстын курсундагы биринчи главада пайдалана турган негизги маалыматтарды кайталоо иретинде берилген. Бул биринчи кезекте бүтүн туюнтмаларды стандарттуу түрдөгү көп мүчөгө өзгөртүп түзүүнү, бүтүн туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажыратууну, бөлчөктөрдүн көбөйтүндүсүн жана тийиндисин бөлчөккө өзгөртүп түзүүнү кайталоо, эске түшүрүү жана тереңдетүү болуп саналат. Мындан тышкары бул пунктта «бүтүн туюнтма», «рационалдык туюнтма», «туюнтманын аныкталуу областы» сыяктуу негизги түшүнүктөр кайталанат. VII класстын алгебра курсунда, туюнтмалардын теңдеш барабардыгы жөнүндөгү түшүнүк киргизилген. Бүгүн туюнтмаларды тендеш өзгөртүп түзүү, берилген бүтүн туюнтманы баардык сандардын көптүгүндө алгачкыга теңдеш барабар болгон башка бир бүтүн туюнтмага алмаштыруу каралган. Ошону менен катар бөлчөк туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү-бул бөлчөктүү туюнтманы жалпы аныкталуу областында алгачкыга теңдеш барабар болгон рационалдык туюнтмага алмаштыруу болуп эсептелинет [15].

Бул түшүнүктү окуп үйрөнүүнүн негизги максаты – окуучуларды рационалдык туюнтмаларды өзгөртүүнү аткарууга үйрөтүү. Өзгөртүп түзүүнүн натыйжасында алынган туюнтма менен баштапкы туюнтма кайсы көптүктө теңдеш барабар болорун ар бир жолу түшүндүрүү талап кылынбайт.

Рационалдык туюнтмаларды кыскартууда төмөндөгү кыскача көбөйтүүнүн формуласын колдоно берүүгө боло тургандыгын белгилеп кетүү керек. Негизги үч формуланы рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүп керектелүүчү учурларда да колдоно берүүгө болот [56].

$a^2 - в^2 = (a - в)(a + в)$;

$(a - в)^2 = a^2 - 2aв + в^2$;

$(a + в)^2 = a^2 + 2aв + в^2$.

Мисалы: Төмөндөгү атайын көнүгүүлөрдү окуучуларга боштуктардын ордун толтургула деп тапшырма берсек болот. Жогорудагы формулаларды пайдаланып боштуктарды окуучулар толтурушат [169].

1. $x^2-4=(x-\square)(x+\square)$.
2. $\square-в^2=(6-в)(6+в)$.
3. $\square-16a^2=(5-\square a)(5+\square a)$.
4. $81y^2-\square z^2=(\square y-7z)(\square y+7z)$.
5. $64c^4-121d^2=(\square c^2-\square d)(\square c^2+\square d)$.
6. $\square x^6y^4-\square=(3x^3y^2-13)(3x^3y^2+13)$.

Окуу китебинде бүтүн жана бөлчөктүү туюнтмаларга мисалдар аркылуу алардын өзгөчөлүктөрү ачылып берилген.

"Мисалы туюнтмалар $7a^2в$, m^3+n^3, $(x-y)(x^2+y^2)$, $в^{10}-\frac{в(3в+c)}{7}$, $\frac{a+5}{8}$, $2x:9$ бүтүн туюнтмалар болушат" [94, 3-б.].

Ал эми төмөнкү туюнтмалар: $4a-\frac{в}{2a+1}$, $\frac{x+4}{x^2-3xy+y^2}$, $\frac{n}{3}-\frac{5}{x^2+1}$ бүтүн туюнтмалардан айырмаланып, кошуу, кемитүү жана көбөйтүү амалдарынан башка, өзгөрмөлөрү бар туюнтмага бөлүүнү камтыйт. Мындай туюнтмалар ***бөлчөктүү*** туюнтмалар деп аталат. Ушул мисалдарга таянуу менен төмөндөгүдөй аныктаманы бере алабыз. Бүтүн жана бөлчөктүү туюнтмалар ***рационалдык*** туюнтмалар деп аталат.

Бүтүн туюнтма, ал камтыган өзгөрмөлөрдүн ар кандай маанилеринде маанисин жоготпойт, анткени бүтүн туюнтманын маанисин табуу үчүн маанисин жоготпогон амалдарды колдонушат.

Өзгөрмөлөрдүн кээ бир маанилеринде бөлчөктүү туюнтма маанисин жоготушу мүмкүн. “Мисалы: 25+$\frac{2}{в}$ туюнтмасы в=0 болгондо, мааниге ээ болбойт. Ал ***в*** нын каалаган баардык маанилеринде мааниге ээ болот.

Ал эми х+$\frac{4}{x-y}$ туюнтмасы, х жана у тин х≠у болгон баардык учурунда мааниге ээ болот.

Ошентип бир катар маанилүү, төмөнкүдөй аныктамаларга токтолобуз.

1. Өзгөрмөлөрдүн мүмкүн болгон маанилери деп, туюнтма мааниге ээ болгон өзгөрмөлөрдүн маанилеринин көптүгүн айтабыз.

2. Рационалдык туюнтманын айрым түрү алымы жана бөлүмү көп мүчөлөрдөн турган бөлчөк болот.

3. Мындай бөлчөктөр рационалдык бөлчөктөр деп аталышат.

4. ***Рационалдык бөлчөктөрдө өзгөрмөлөрдүн, ал бөлчөктүн бөлүмүн нөлгө айландырбаган маанилери анын мүмкүн болгон маанилери болушат”*** [94, 4-б.].

Ушул түшүнүктөрдү тереңдетип калыптандыруу максатын көздөгөн көнүгүүлөрдөн бир нече мисал келтирели.

1) “Рационалдык туюнтмалардын ичинен:

$7x^2$-2ху; $\frac{a}{9}$; $\frac{12}{в}$; a(a-b)-$\frac{b}{3a}$; $\frac{1}{4}m^2$-$\frac{1}{3}n^2$; $\frac{a}{a+3}-8$” [94, 5-б.].

а) бүтүн туюнтмаларды;

б) бөлчөктүү туюнтмаларды ажыратып жазгыла.

Жообу: а) бүтүн туюнтмалар: $7x^2$-2ху; $\frac{a}{9}$; $\frac{1}{4}m^2$-$\frac{1}{3}n^2$.

б) бөлчөктүү туюнтмалар: $\frac{12}{в}$, (в≠0); a(a-b)-$\frac{b}{3a}$, (a≠0); $\frac{a}{a+3}-8$, (a≠-3) [115].

өзгөрмөлөрдүн мүмкүн болгон маанилери.

2) Туюнтмалардын маанисин тапкыла [163]:

эгерде х=-2; у=6,4 болгондо $\frac{2xy+y-2x^2}{4}+\frac{x^2-xy}{2}$, (жообу: **1,6**) эгерде а=6, в=45 болгондо $\frac{в^2-5ав}{a^2}:\frac{в-5a}{a}$, (жообу: **7,5**)

эгерде в=-3 болгондо $\left(\frac{1}{8в}+\frac{1}{2в}\right)\cdot\frac{в^2}{5}$, (жообу: **-0,375**)

эгерде а=18, с=21 болгондо $8c+\frac{7a-8c^2}{c}$ (жообу: **6**)

эгерде х=4 болгондо $\frac{56}{8x-x^2}-\frac{7}{x}$ (жообу**: 1,75**)

эгерде у=-4 болгондо $\frac{y^2-64}{5y^2+40y}$ (жообу: **0,6**)

эгерде а=42, в= 7,9 болгондо $\frac{a^2+ав}{24в}\cdot\frac{6в}{a+в}$ (жообу: **10,5**)

эгерде в=3, с=-1 болгондо $\frac{в^2-49c^2}{2вc}:\left(\frac{1}{7c}-\frac{1}{6}\right)$ (жообу: **-14**)

эгерде а=-2 болгондо $\frac{a-8}{2a+5}$. (жообу: -10).

Экинчи темада рационалдуу бөлчөктөрдү теңдеш өзгөртүп түзүүдө бөлчөктөрдүн негизги касиеттери берилген.

“Эгерде бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да бир эле натуралдык санга көбөйтсөк, андан бөлчөктүн маанисин өзгөрбөй тургандыгы анык. Башкача айтканда ***a,b*** жана ***c*** сандарынын ар кандай натуралдык маанилеринде $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$ барабардыгы туура болот” [139, 9-б.].

Андан ары ушул барабардыктын натуралдык сандардын гана маанилеринде эмес ***a,b*** жана ***c***лардын ар кандай башка маанилеринде дагы, бөлчөктүн бөлүмү нөлдөн айырмаланганда, башкача айтканда b≠0 жана c≠0 болгондо дагы тура экендигин окуучулардын көңүлдөрүн бурабыз.

$\frac{a}{b}=m$ болсун, мында в≠0. Анда тийиндинин аныктоосу боюнча a=bm. Бул барабардыктардын эки жагын ***c (c≠0)*** га көбөйтөбүз: ac=(bm)c.

Көбөйтүүнүн орун алмаштыруу жана топтоштуруу касиеттеринин негизинде: ac=(вс)·m ге ээ болобуз.

bc≠0 болгондуктан, тийиндинин аныктоосу боюнча $\frac{ac}{bc}$=m. Демек, $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$.

Эгерде c=0 болсо, анда $\frac{a\cdot 0}{b\cdot 0}=\frac{0}{0}$ аныксыздыгын алабыз. Себеби, $\frac{0}{0}$=k, ***k***-каалаган сан. Бул учурда, бөлүү амалынын бир маанилүүлүгү аткарылбайт.

Ошентип a,b, жана c нын ар кандай маанилеринде $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$ (1) барабардыгы туура. Мында b≠0 жана c≠0.

Мисалы, $\frac{a-1}{a^2-1}=\frac{a-1}{(a-1)(a+1)}=\frac{1}{a+1}$ мында $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ формуласын колдонуп бөлчөктүн бөлүмүн теңдеш өзгөртүп түздүк. Андан кийин алымын да, бөлүмүн да бирдей бөлүүчүгө бөлүүгө болот деген бөлчөктүн касиетин пайдаланып, $\frac{a-1}{(a-1)(a+1)}$ туюнтмасы (a-1) туюнтмасына бөлөбүз. Жыйынтыгында $\frac{1}{a+1}$ туюнтмасын алабыз.

(1) барабардык анын оң жана сол жактарынын маанисин жоготпогон өзгөрмөлөрдүн баардык маанилеринде, б.а өзгөрмөлөрдүн мүмкүн болгон баардык маанилеринде туура. Мындай барабардыктарды теңдештиктер деп аталат.

Бул аныктама аркылуу теңдештик түшүнүгүнүн негизги белгилери дагы бир жолу такталып, берилип жатканын байкадык.

Өзгөрмөлөрдүн мүмкүн болгон баардык маанилеринде барабар мааниге ээ болуучу эки туюнтма теңдеш барабар туюнтмалар болот да, бир туюнтманы ага теңдеш барабар болгон экинчи туюнтма менен алмаштыруу туюнтманы теңдеш өзгөртүү деп аталат [15].

Биз (1) барабардык өзгөрмөнүн мүмкүн болгон бардык маанилеринде туура экендигин далилдедик. Демек, бул барабардык теңдештик болот.

$\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$ теңдештиги аркылуу туюнтулган касиетти бөлчөктүн негизги касиети деп аталат.

(1) теңдештиктин оң жана сол жактарын алмаштырып, $\frac{ac}{bc}=\frac{a}{b}$ га ээ болобуз.

Бул теңдештик $\frac{ac}{bc}$ түрүндөгү бөлчөктү ага теңдеш барабар болгон $\frac{a}{b}$ бөлчөгү менен алмаштырууга, же бул учурда, $\frac{ac}{bc}$ бөлчөгүнүн алымын да, бөлүмүн да жалпы с көбөйтүүчүсүнө кыскартууга мүмкүндүк берет айтышат. Төмөнкүдөй көнүгүүдөгү мисалдар арбын берилсе, окуучуларда бөлчөктүн негизги касиеттерин өздөштүрүү калыптанат.

Бөлчөктөрдү кыскарткыла.

а) $\frac{10xz}{15yz}=\frac{2x}{3y}$ **(у≠0, z≠0);** б) $\frac{6ab^2}{15yz}=\frac{2ab^2}{5yz}$ **(у≠0, z≠0)**

Бөлчөктөрдү кыскарткыла.

а) $\frac{8b}{24c}=\frac{b}{3c}$ **(с≠0);** б) $\frac{5ay}{15by}=\frac{a}{3b}$ **(b≠0, у≠0)** [97].

Кийинки темада бөлүмдөрү барабар бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү каралат. Бул тема боюнча төмөнкүдөй методикалык сунуштарды айтууга болот.

a,b жана *c* нын бүтүн маанилеринде $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ теңдештигинин тууралыгы (мында, с≠0) 6-класс үчүн окуу китебинде аныкталган.

Теориялык материалдарды төмөндөгүчө түшүндүрүү керек.

$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$, *a,b* жана *c* нын бардык мүмкүн болгон маанилеринде (б.а с≠0 болгондо) бул барабардыктын туура экендигин далилдейбиз.

$\frac{a}{c}$=m, $\frac{b}{c}$=n болсун дейли. Анда тийиндинин аныктоосу боюнча a=cm, b=cn болот. Мындан $a+b=cm+cn=c(m+n)$, б.а $a+b=c(m+n)$. $c\neq0$ болгондуктан, тийиндинин аныктоосу боюнча $m+n=\frac{a+b}{c}$. Демек, $c\neq0$ болгондуктан, бөлчөктөрдү кошуу $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+c}{c}$ формуласы менен берилет [15].

Бөлчөктү даражага көтөрүү маселесин жогоркуларга окшош эле методика боюнча берилди.

Мисал: $\frac{2a^2}{b^4}$ 3-чү даражага көтөрөбүз: $\left(\frac{2a^2}{b^4}\right)^3 = \frac{(2a^2)^3}{(b^4)^3} = \frac{8a^6}{b^{12}}$.

Аягында бөлчөктөрдү бөлүү эрежеси башка амалдарда каралган ыкма менен аныкталды. Адегенде жөнөкөй бөлчөктөрдү бөлүү каралып, андан кийин жалпылоо ишке ашырылды. Мазмунуна төмөндөгүчө токтолобуз:

Жөнөкөй бөлчөктөрдү бөлүү биринчи бөлчөктү экинчисине тескери бөлчөккө көбөйтүлдү. Мисалы: $\frac{3}{8}:\frac{2}{5}=\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{2}=\frac{15}{16}$ ар кандай бөлчөктөрдү бөлүүнү ушундай эле аткарууга болот. $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$барабардыктын *a,b,c* жана d нын ар кандай маанилеринде (мында c≠0, b≠0, d≠0) туура экендигин далилденди. Ал үчүн $\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$ жана $\frac{c}{d}$лардын көбөйтүндүсү $\frac{a}{b}$га барабар экендигин далилдедик. Рационалдык бөлчөктөрдү кемитүү сыяктуу эле, аларды бөлүүнүн эрежесин түшүндүрүү окуучулардын өткөн түшүнүктөрдөн алган билимдерине жана 15:3=5 <=> 3·5=15 сыяктуу конкреттүү мисалдарга таянуу менен ишке ашырылышы максатка ылайыктуу болду.

Чынында эле $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}\right)=\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{d}{c}\cdot\frac{c}{d}\right)=\frac{a}{b}\cdot 1=\frac{a}{b}$ ал эми $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right):\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$ болгондуктан, тийиндинин аныктоосу боюнча $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$ [34].

Алынган тендештиктен бөлчөктөрдү бөлүү эрежеси келип чыкты.

Акыркы темада бул главада өтүлгөн теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү колдонуу менен рационалдуу туюнтмаларды өзгөртүүгө мисалдар келтирели.

Теориялык материалды түшүндүрүүдө кыйынчылык болбойт. Себеби бөлчөктөрдүн суммасын, айырмасын, көбөйтүндүсүн, тийиндисин бөлчөккө теңдеш өзгөртүп түзүүгө карата мисалдар иштөөдө келтирилди. Каалагандай рационалдык туюнтманы алымы жана бөлүмү - бүтүн туюнтмалар болгон бөлчөккө өзгөртүп түзүүгө мүмкүн экендигине окуучулар көнүгүүлөрдү иштеп жатканда үйрөнүштү.

Бардык көнүгүүлөр бөлчөк туюнтмаларын өзгөртүп түзүү ыктарын үйрөтүүгө багытталган. Бул көнүгүүлөр менен иштөөдө өзгөртүп түзүүлөрдүн аткарылыш тартибине, айрыкча алгачкы учурларда такталуу менен берилди. Анткени өзгөртүп түзүүлөрдү аткаруу тартиби боюнча келтирилүүчү ката кеңири таралган каталардан болуп эсептелинет.

Мисал келтирели: туюнтманы $\left(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}\right)\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}+1$ рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөтөбүз.

Адегенде кашаанын ичиндеги бөлчөктөрдү кошуп, андан табылган жыйынтыкты $\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}$ бөлчөкө көбөйтүп, эң аягында пайда болгон көбөйтүндүсүнө 1 кошобуз:

1) $\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}=\frac{b}{a(a-b)}+\frac{a}{b(a-b)}=\frac{b^2+a^2}{ab(a-b)}$;

2) $\frac{b^2+a^2}{ab(a-b)}*\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}=\frac{(a^2+b^2)*ab(a+b)}{ab(a-b)*(a^2+b^2)}=\frac{a+b}{a-b}$;

3) $\frac{a+b}{a-b}+1=\frac{a+b+a-b}{a-b}=\frac{2a}{a-b}$ жазууну башкача жүргүзүүгө дагы болот:

$$\left(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}\right)\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}+1=\left(\frac{b}{a(a-b)}+\frac{a}{b(a-b)}\right)\cdot\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}+1=$$

$$=\frac{(a^2+b^2)\cdot ab(a+b)}{ab(a-b)\cdot(a^2+b^2)}+1=\frac{a+b}{a-b}+1=\frac{a+b+a-b}{a-b}=\frac{2a}{a-b}$$ [97].

Алгебралык материалдарды өтүүдө тамгалуу символдор менен жазууну активдүү колдонууга карата ар кандай типтеги көнүгүүлөр берилди. Арифметикалык амалдардын закондорунун тамгалар менен жазылышы, алардын колдонулушу окуучулардын символдор менен иштөөсүн бекемдөө менен жалпы жыйынтыктарды чыгарууга мүмкүнчүлүк түзүлдү.

Тамгалуу туюнтмаларды колдонуу окуучулардын ой-жүгүртүү маданиятын жогорулатуу менен теориялык билимдеринин калыптанышына алып келди. Алгебралык туюнтма мааниге ээ боло турган өзгөрмөлөрдүн маанилери, ал өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга **мүмкүн болгон маанилери** деп аталат. Туюнтмага кирген өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон маанилеринин жыйындысы туюнтманын **аныкталуу областы** деп аталат. Бөлчөк рационалдык туюнтманын аныкталуу областы болуп, ошол бөлчөктүн бөлүмү нөлгө айланбай турган өзгөрмөлөрдүн маанилеринин жыйындысы аталат. Мисалы бөлчөктү кыскарткыла:

$$\frac{xy-x+y-y^2}{x^2-y^2}=\frac{x(y-1)-y(y-1)}{(x-y)(x+y)}=\frac{(y-1)(x-y)}{(x-y)(x+y)}=\frac{y-1}{x+y}$$ [94].

Туюнтмасынын аныкталуу областы болуп, x барабар эмес y тен (x≠y) башка бардык чыныгы сандардын көптүгү эсептелет. Бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн алардын жалпы бөлүүчүсүнө бөлүүнү **бөлчөктү кыскартуу** деп атайбыз.

Туюнтманы жөнөкөйлөткүлө.

$$\frac{a^3+6a^2+12a+8}{a^2+4a+4}=\frac{(a^3+8)+(6a^2+12a)}{a^2+4a+4}=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)+6a(a+2)}{a^2+4a+4}=$$

$$=\frac{(a+2)(a^2-2a+4+6a)}{a^2+4a+4}=\frac{(a+2)(a^2+4a+4)}{a^2+4a+4}=a+2$$ [18].

Ошондой эле туюнтманын аныкталуу областы (-∞; +∞) бардык чыныгы сандардын көптүгү. Жообу: a+2. «Туюнтмалардын тиешелүү маанилери» түшүнүгүнүн негизинде биринчи жолу төмөнкү терминдер: «теңдеш барабар (же теңдеш) туюнтмалар», «теңдештик» түшүнүктөр киргизилет. Теңдеш барабар туюнтмалар бардык тиешелүү маанилери барабар туюнтмалар катарында аныкталат. Бардык сан көптүгүндө аныкталган бүтүн туюнтмаларды гана теңдеш өзгөртүп түзүүлөр окулган. «Теңдеш барабар туюнтмалар» жана «теңдештик» түшүнүктөрү VII класста кеңейтилип берилди. Бирдей өзгөрмөлүү эки алгебралык туюнтма өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон маанилеринде бирдей сан маанилерге ээ болушса, анда ал туюнтмалар теңдеш барабар туюнтмалар деп аталышат. Өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон бардык маанилеринде туура болгон барабардык теңдештик деп аталат. Мисалы, а+в=в+а, теңдештик боло алат. Өзгөрмөлөрдүн каалагандай маанилеринде тиешелүү маанилери барабар болушкан эки туюнтма теңдеш барабар деп аталышат. Мисалы: $2(x+y)=2x+2y$ туюнтмалары бөлүштүрүү касиетинин негизинде өзгөрмөлөрдүн каалаган маанисинде туюнтмалардын тиешелүү маанилери барабар. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү алгебра курсунда маанилүү орунду ээлейт. «Теңдеш өзгөртүп түзүү» деген термин киргизилип, өзгөртүп түзүүлөргө мисалдар каралат. Көнүгүүлөрдүн негизги максаты — теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн колдонулушун көргөзүү. Туюнтманы теңдеш өзгөртүү берилген туюнтманы ага теңдеш барабар туюнтмага алмаштыруу. Өзгөрмөлөрү бар туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүлөр сандар менен амалдардын касиеттеринин негизинде аткарылат. Туюнтманы теңдеш өзгөртүү көндүмдөрү окшош мүчөлөрдү топтоо, кашааны ачуу, кашаага киргизүү санды же туюнтманы көбөйтүүчүлөргө ажыратуу, бөлчөктөрдү кыскартуу ж.б. сыяктуу көнүгүүлөрдү аткарууда калыптандырылат. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүдө эки эреже колдонулат: ордуна коюу; барабар туюнтма менен алмаштыруу [18].

Туюнтманы теңдеш өзгөртүүнүн бардык учурларында анын сан мааниси өзгөрүүсүз кала тургандыгын мисалдар менен көрсөтүлдү. Окуучуларга төмөндөгүдөй суроолорду сунуш кылынды: 1) $4(y+3)$ жана $4y+12$ туюнтмаларынын тиешелүү маанилери y өзгөрүлмө чоңдугунун $y=1$; $y=2,5$ маанилеринде барабар болобу?

Демек туюнтмалар бир тектүү маселелердин көптүгүнүн чыгарылыштарынын кандайдыр бир формула түрүндө жалпы эрежесин жазууга мүмкүндүк берсе, теоремаларды далилдөөдө формулалардын чындыгын көрсөтүүдө, функцияларды изилдөөдө, теңдеме жана барабарсыздыктарды чыгарууда аналитикалык апаратты колдонуу аналитикалык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү формасында жүргүзүлөт [50].

Трансценденттик туюнтмаларды талап кылынгандай деңгээлде түшүнүү менен кабыл алууга жетишүүгө болот.

Математикалык диктанттарды өткөрүү кыска мөөнөттүн ичинде окуучулардын билиминин сапатын текшерүүгө, өткөн темаларды өздөштүрүү деңгээлин так аныктоодо, тиешелүү терминдер да жана түшүнүктөрдү өз орду менен колдоно билүүсүн калыптандырат. Ушул жагдайды эске алуу менен натуралдык көрсөткүчтүү даража түшүнүгүн окуп үйрөнүү процессинде, окуучулардын өтүлгөн тема боюнча алган билимдеринин сапатын текшерүү максатында, эки варианттан турган төмөндөгүдөй мазмундагы математикалык диктантты сунуш кылдык. Ал эми тесттин кээ бир вариантын (тиркеме 1) көрүүгө болот.

Ал эми көп мүчө-бул алгебралык бөлчөктөрдүн жекече учуру.

Мисалы y^3+2y+7 көп мүчөсү $\frac{y^3+2y+7}{1}$ бөлчөгүнө барабар, ал эми $\frac{3x^2+5x-1}{5}$ бөлчөгүн $\frac{3x^2}{5}+x-\frac{1}{5}$ көп мүчө түрүндө көрсөтүүгө болот.

Аналогиялык ыкма менен рационалдык бөлчөктөрдү да алымын да бөлүмүн да бирдей көп мүчөгө көбөйтүп, бөлүүгө болот. Муну берилген алгебралык бөлчөктөрдү теңдеш өзгөртүп түзүү деп аталат.

Мисалы, $\frac{x^2-x}{x^2}$ бөлчөгүн $\frac{x-1}{x}$ бөлчөгүнө алмаштырдык. Алгебралык бөлчөктөрдүн негизги касиетин пайдаландык (бөлүмүн да алымын да x ке бөлөбүз). Ал эми $\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}$ бөлчөгүн $\frac{(y-3)^2}{(y-3)(y+3)}$ бөлчөгүнө теңдеш өзгөртүп түзүп (бөлүмүн да алымын да (у-3) кө бөлүп) $\frac{y-3}{y+3}$ бөлчөгүн алдык.

$\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}=\frac{y-3}{y+3}$ барабардыгы теңдештик деп аталат, же $\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}$ бөлчөгү $\frac{y-3}{y+3}$ бөлчөгүнө теңдеш өзгөртүлүп түзүлдү. Эске сала кетчү нерсе бул теңдеш өзгөртүү $y\neq3$ жана $y\neq-3$ болгондо гана аткарылат. Эгерде $\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}$ бөлчөктүн бөлүмү нөл болуп калса, анда мааниге ээ болбойт.

“Бөлүмү жана алымы бүтүн туюнтмалар болгон бөлчөктөрдүн суммасын өзгөртүп түзүү-бул баштапкы жана акыркы алынган туюнтмалардын аныкталуу областтарынын кесилишинде баштапкы берилген туюнтмага теңдеш барабар болгон бөлчөккө келтирерин мугалим так элестетүү керек: бул кесилиш баштапкы туюнтманын аныкталуу областы менен дал келет.

Мисалы, **1**. $\frac{1}{2(x+2)}$ жана $\frac{1}{x(x+2)}$ бөлчөктөрдүн суммасын бөлчөккө өзгөртүп түзүп, $\frac{1}{2(x+2)}+\frac{1}{x(x+2)}=\frac{x+2}{2x(x+2)}=\frac{1}{2x}$ алабыз.

$\frac{1}{2(x+2)}+\frac{1}{x(x+2)}$ жана $\frac{1}{2x}$ туюнтмалар -2 жана 0 дөн башка баардык сандардын көптүгүндө теңдеш барабар" [95, 14-б.].

2. Эгерде x=5, 3, -1 болгондо $\frac{x^2-1}{x+1}-1$ туюнтмасынын маанисин тапкыла.

Чыгарылышы: Биринчиден жалпы бөлүмгө келтирбей туруп, бөлчөктү кыскартабыз. Анын алымы эки сандын квадратынын айырмасына барабар (a^2-$в^2$=(а-в)(а+в), б.а. $x^2-1=x^2-1^2$).

$\frac{x^2-1}{x+1}-1=\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}-1=$ (x+1) ге кыскарт$=(x-1)-1=x-2$

1) Туюнтманын маанисин табабыз x=5 $\Rightarrow$x-2= 5-2=3;

2) Эгер x=3 $\Rightarrow$ x-2=3-2=1;

3) Эгер x=-1 болгондо, мындай учурда теңдеш өзгөрткөн x-2 туюнтмасы менен чыгарууга болбойт. Анткени баштапкы туюнтманы карасак, анын мүмкүн болгон мааниси $x\neq-1$ ге болуш керек. Ошондуктан жообун эгерде x=-1 болгондо бул туюнтма мааниге ээ эмес.

3. Туюнтманы кыскарткыла. $\left(\frac{4x^2-9}{2x+3}-\frac{4x^2+12x+9}{2x-3}\right):\frac{24x}{2x^2-3x}=$

Чыгарылышы:

1) Биринчи бөлчөктү кыскарталы $\frac{4x^2-9}{2x+3}=\frac{(2x-3)(2x+3)}{2x+3}=\frac{2x-3}{1}$;

2) Кашаанын ичиндеги бөлчөктүн бөлүмүн (2x-3) туюнтмасына жалпы бөлүмгө келтирип, экинчи бөлчөктү тескерисинче алымын бөлүмүнө, бөлүмүн алымына келтирип көбөйтүүгө өзгөртөлү.

$$=\left(\frac{(2x-3)^2}{2x-3}-\frac{4x^2+12x+9}{2x-3}\right)\cdot\frac{2x^2-3x}{24x}=$$

3) Кашаанын ичиндеги бөлүмдөрү бирдей болгон бөлчөктөрдү кемитебиз

$$=\left(\frac{(4x^2-12x+9)-(4x^2+12x+9)}{2x-3}\right)\cdot\frac{2x^2-3x}{24x}=$$

4) Эки бөлчөктү көбөйтөбүз да 24х(2х-3) туюнтмасына кыскартабыз

$\frac{-24x}{2x-3}\cdot\frac{2x^2-3x}{24x}=\frac{-24x\cdot x\cdot(2x-3)}{24x\cdot(2x-3)}=-x$ болот.

Бөлчөктөрдүн үстүнөн амалдарды жүргүзүү эрежелеринен рационалдык бөлчөктөрдүн суммасын, айырмасын, көбөйтүндүсүн жана тийиндисин дайыма рационалдык бөлчөк түрүнө келтирүүгө мүмкүн экендиги келип чыгат. Демек, каалагандай рационалдык туюнтманы рационалдык бөлчөк түрүндө көрсөтсө болот [15].

Мисалы, х+1-$\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x}$туюнтмасын рационалдык бөлчөккө өзгөрттүк. Адегенде, бөлчөктөрдү көбөйтүүнү аткарып, келип чыккан жыйынтыкты х+1 эки мүчөсүнөн кемиттик: $\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x}=\frac{(x-2)(x+20}{(x+2)\cdot x}=\frac{x-2}{x}$;

х+1-$\frac{x-2}{x}=\frac{x(x+1)-(x-2)}{x}=\frac{x^2+x-x+2}{x}=\frac{x^2+2}{x}$.

Бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктоосун билүүдө. Бүтүн терс көрсөткүчтүү даражаны бөлчөк түрүндө көрсөтүп жана тескерисинче, бөлчөктү бүтүн терс көрсөткүчтүү даражасы бар туюнтма түрүндө көрсөтүүнү дагы берилет. a>0, n каалагандай болгондо a^n туюнтмасынын мааниси оң, a<0 болгондо, n жуп болсо a^n оң, n-так болгондо терс болоору каралат. Жаңы материалды түшүндүрүүдөн мурда натуралдуу жана нөл көрсөткүчтүү даражанын аныктоосун окуучулардын эсине салуу пайдалуу болот:

1. Эгер $n\in N$ жана n>1 болсо, анда $a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n-жолу}$ болот.

2. Эгер n=1 болсо, анда a^n =a болот.

3. Эгер n=0 болсо, анда a^n =1 болот.

Мына ушинтип, окуучулар 1-3 аныктамасы n ге карата a^n туюнтмасы ар түрдүү мааниге ээ болорун көрүшөт. Андан кийин мындай суроо коюлат: 10^{-24},

$(0,3)^{-7}$ ж.б. туюнтмалар эмнени билдиришет, б.а. a^n туюнтмасына кандай маани беришет (мында, n бүтүн терс сан)? Буга бүтүн терс көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы жооп берет.

Дагы бир мисал карап көрөлү: 1). $\left((-2)^2\right)^{\frac{1}{2}}$. Бул мисалды төрт окуучу төрт башка чыгарат.

1. $\left((-2)^2\right)^{\frac{1}{2}} = (-2)^1 = -2$
2. $\left((-2)^2\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$
3. $\left((-2)^2\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$
4. $\left((-2)^2\right)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = -2$

Кимиси туура чыгарды? Калгандарынын катасы эмнеде, эмне себеп?

Даражанын аныктамасын пайдаланып, $\left((-2)^2\right)^{\frac{1}{2}} = (-2)^1 = -2$ экендигин табабыз.

2). Эгерде a=2 болсо, анда $\sqrt{(a-5)^2}$ туюнтмасынын маанисин тапкыла.

Анда эки окуучу эки башка жооп жазат:

1. $\sqrt{(a-5)^2} = a-5 = 2-5 = -3$
2. $\sqrt{(a-5)^2} = \sqrt{(2-5)^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

Кимиси туура чыгарды? Экинчисиники эмнесинен ката кетти? Чыгарылышын кантип жазуу керек эле?

Ал эми бул мисалдарды теңдеш өзгөртүп түзүүдө ар бир окуучунукун карап көрсөк, эрежелерге таянуу менен, далилдери менен туура чыгарууда.

Биз тандап алган темага ылайык бүтүн көрсөткүчтүү даражанын касиеттери деген тема айрыкча маанилүү [38].

Өзгөрмөсү бөлүмүндө болгон бөлчөк барабарсыздыгын бөлүмү сан болгон барабарсыздыктарды чыгаруу методу менен чыгарууга болбой тургандыгын белгилеп кетебиз. Чыгарылыш көптүктөрүнүн ар түрдүү экендигине, мисалы, (ax+в)(cx+к)≥0 жана $\frac{ax+в}{cx+к} \geq 0$ түрүндөгү барабарсыздыктарга окуучулардын көңүлүн буруу пайдалуу. Биринчи барабарсыздык төмөнкүдөй болгон учурда гана чын сан барабарсыздыгына айланат:

$$\begin{cases} ax+в\geq 0, \\ cx+к\geq 0 \end{cases} \text{ же } \begin{cases} ax+в\leq 0, \\ cx+к\leq 0 \end{cases}$$

ал эми экинчи барабарсыздык төмөнкүдөй болгон учурда гана чын сан барабарсыздыгына айланат:

$$\begin{cases} ax+в\geq 0, \\ cx+к> 0 \end{cases} \text{ же } \begin{cases} ax+в\leq 0, \\ cx+к< 0 \end{cases}$$

Бул сх+к=0 болгон учурда (ах+в)(сх+к) көбөйтүндүсү нөлгө барабар, $\frac{ax+в}{cx+к}$ бөлчөгү мааниге ээ болбогондугу менен түшүндүрүлөт [95].

Мисалы, 1. $\begin{cases} 5y+3>0, \\ 2y-7>0 \end{cases}$ же $\begin{cases} 5y+3<0, \\ 2y-7<0 \end{cases}$ шартынан берилген барабарсыздыктын чыгарылыштарынын көптүгүн табабыз:]-∞; -0,6[∪]3,5; +∞[. Бул көптүккө төмөнкү сандар таандык: -3; -0,8; 4; 100.

2. Периметри 40 см болгон тик бурчтуктун узундугу ***x*** см ге барабар болсун. Анда анын туурасы (20-х) см ге барабар, ал эми аянты х(20-х) см^2. Жагы 10 см болгон квадраттын аянты 100 см^2 ка барабар.

100-х(20-х) айырмасын өзгөртүп түзөүз:

100-х(20-х)=100-20х+х^2=(10-х^2).

х≠10 болгондо каралган айырма оң. Демек, периметри 40 см болгон бардык тик бурчтуктардын ичинен квадрат эң чоң аянтка ээ болот.

3. а^2+ав+в^2 туюнтманы өзгөртүп түзөбүз:

а^2+ав+в^2=$a^2+2\frac{в}{2}+\frac{в^2}{4}-\frac{в^2}{4}+в^2=\left(a+\frac{в}{2}\right)^2+\frac{3}{4}в^2$. ***а*** жана ***в*** нын каалаган маанисинде $\left(a+\frac{в}{2}\right)^2+\frac{3}{4}в^2$ туюнтма, демек а^2+ав+в^2 туюнтма терс эмес, б.а. барабарсыздык чындык [95].

Эгер бул эки жол менен чыгарылышка ээ болгон жооптор бири-бирине дал келсе, анда маселенин чыгарылышынын тууралыгы аныкталат.

Ал эми туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзүүдө прикладдык (колдонмо) өзгөчөлүгүнө маани бере турган болсок орто мектептин программасында математикалык теңдеме түзүп, экономикалык, транспорттук, физикалык жана башка эсептерди чыгарууда белгилүү формулалар колдонулуп, анын далилдениши берилбейт. Түздөн түз гана даяр формулаларга коюлуп суроо аныкталат. Эгерде экономикалык, транспорттук жана физикалык чоңдуктарды пайдалансак, анда колдонулуп келген формулалар далилденет. Мындай учурда «Математикалык туюнтманы өндүрүмдүүлүк жана пропорция» жолу менен чыгаруу сунушталат.

Төмөндөгү мисалды карап көрөлү.

Бир комбайн бардык аянтты 6 күндө, ал эми экинчиси 4 күндө чаап бүтөт. Эки комбайн биригип баардык аянтты канча күндө бүтүшөт?

Адата бул мисал төмөндөгүдөй формулалар менен чыгарылат

$$\frac{1}{t}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2} \qquad (1)$$

Мында t_1-биринчи комбайн чаап бүтүүчү күн.

t_2-экинчи комбайн чаап бүтүүчү күн.

t- биринчи, экинчи комбайындар биригип чаап бүтүүчү күн.

(1) формуланы жалпы орток бөлүмгө келтирип (t) убакытты табабыз

$$t=\frac{t_1 \bullet t_2}{t_1+t_2} \qquad (2)$$

Ордуна сан маанисин койсок анда эки комбайн биригип

$$t=\frac{t_1 \bullet t_2}{t_1+t_2}=\frac{4\bullet 6}{4+6}=2{,}4 \text{ күндө бүтүшөт.}$$

(1) формуланын далилденишин экономикалык түшүнүктү пайдаланып чыгарабыз. Экономикалык түшүнүк бул - өндүрүмдүүлүк, Ө деп белгилеп алабыз. Биринчи комбайндын өндүрүмдүүлүгү

$$Ө_1=\frac{S}{t_1} \qquad (3)$$

Экинчи комбайндын өндүрүмдүүлүгү

$$\Theta_2 = \frac{S}{t_2} \qquad (4)$$

Эгерде Θ_1, Θ_2 турактуу деп алсак эки комбайндын биргелешип чапкан кезиндеги өндүрүмдүүлүк

$$\Theta = \frac{S}{t}$$

Эгер $\Theta = \Theta_1 + \Theta_2$ десек $\frac{S}{t} = \frac{S}{t_1} + \frac{S}{t_2}$ болот.

S - чаап бүтүүчү аянтка кыскартып жиберип (1) формуланы далилдейбиз.

Ушул эле мисалды пропорция жолу менен чыгарып, (1) формуланы далилдейбиз. Биринчи комбайн бир күндүн ичинде баардык аянттын $\frac{1}{t_1}$ бөлүгүн бүтөт. Экинчи комбайн бир күндүн ичинде баардык аянттын $\frac{1}{t_2}$ бөлүгүн бүтөт. Экөө биригип бир күндүн ичинде баардык аянттын $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}$ бөлүгүн бүтөт же болбосо $\frac{t_1 + t_2}{t_1 \bullet t_2}$. Эми пропорция түзөбүз. Эки комбайн биригип бир күндүн ичинде 1 күн $\rightarrow \frac{t_1 + t_2}{t_1 \bullet t_2}$ бөлүгүн бүтсө x күндүн ичинде аянтты толук бүтөт. Толук берилгендерди бир бүтүн деп алабыз. Башкача айтканда

1 күн — $\frac{t_1 + t_2}{t_1 \bullet t_2}$

x күн — 1

$$x_{\text{күн}} = \frac{1}{\frac{t_1 + t_2}{t_1 \bullet t_2}} = \frac{t_1 \bullet t_2}{t_1 + t_2}$$

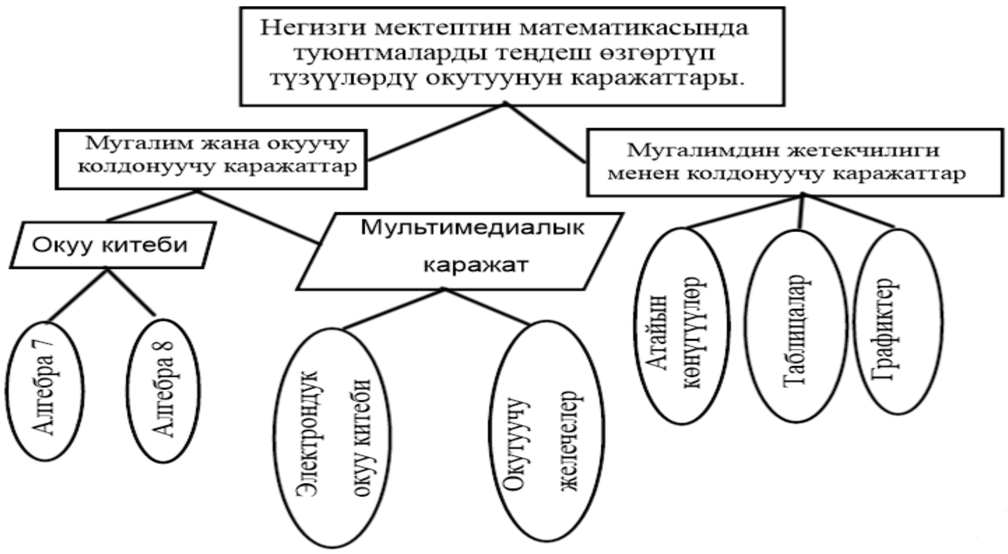
t_1=6 күн; t_2=4 күн десек $x_{\text{күн}} = \frac{t_1 \bullet t_2}{t_1 + t_2} = \frac{4 \bullet 6}{4 + 6}$ =2,4 күндө эки комбайн биригип аянтты чаап бүтөт [49].

Жыйынтыктап айтканда VIII класстын алгебрасында рационалдык бөлчөктөрдү жана алардын үстүнөн жүргүзүлүүчү амалдарды, ошондой эле бүтүн көрсөткүчтүү даражанын касиеттерин окуп үйрөнүү менен окуучулардын теңдештик жана туюнтмаларды теңдеш өзгөрүп түзүү боюнча билимдерди тереңдеп жана бекем болуусуна шарт түзүлөт. туюнтманы мектеп математикасында окутууда традициялуу методика менен кошо интерактивдик методдорду кеңири колдонуп сабак өтүүдө убакытты үнөмдөөгө болот.

2.3. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда дидактикалык каражаттарды колдонуунун методикалык сунуштары.

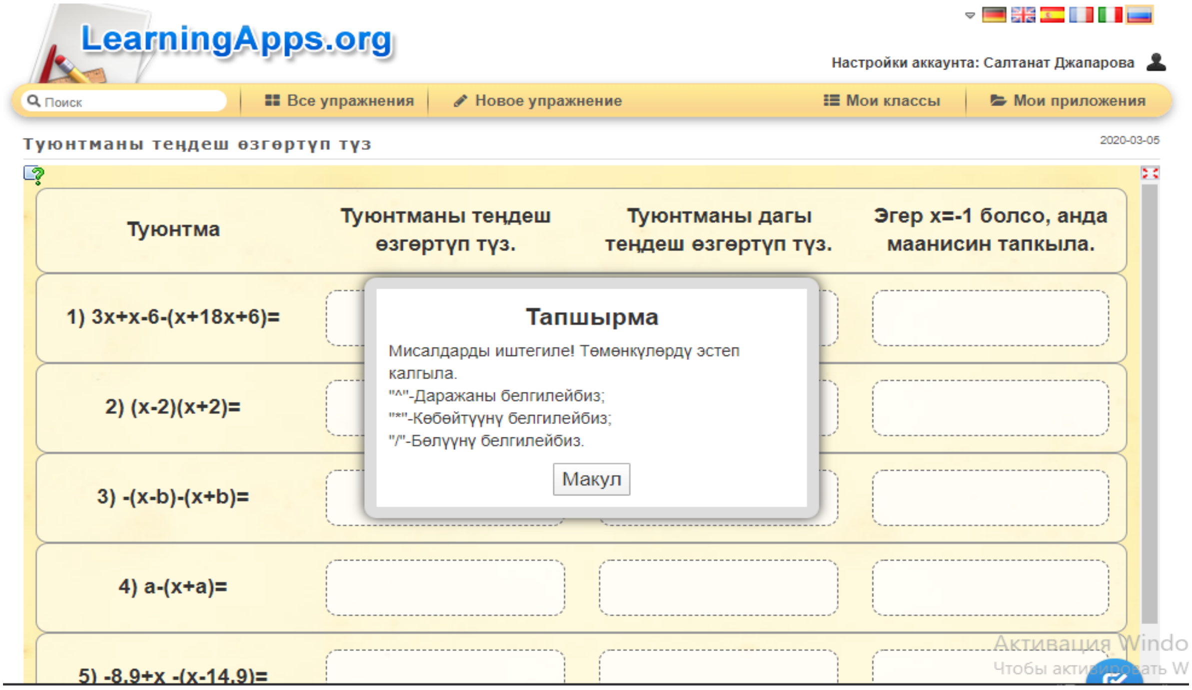
Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү мектеп алгебрасынын негизги мазмундук-методикалык багытынын бири экенин белгиледик. Алардын негизинде окуучулардын аң-сезиминде математикадагы аналитикалык метод жөнүндөгү элестөө калыптанат. Чындыгында эле, ар бир математикалык маселени аналитикалык жол менен чыгаруу, тигил же бул теңдеш өзгөртүүнү колдонуу аркылуу ишке ашырат. Теңдеш өзгөртүүлөр мектеп математикасынын кандайдыр бир өзүнчө темасы катарында карабастан программада көрсүлгөндөй, бардык класстардын алгебра курсунун дээрлик ар бир бөлүмдө окулат.

Негизги мектептин математикасында туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун каражаттары 2.3.1-сүрөттө берилди.

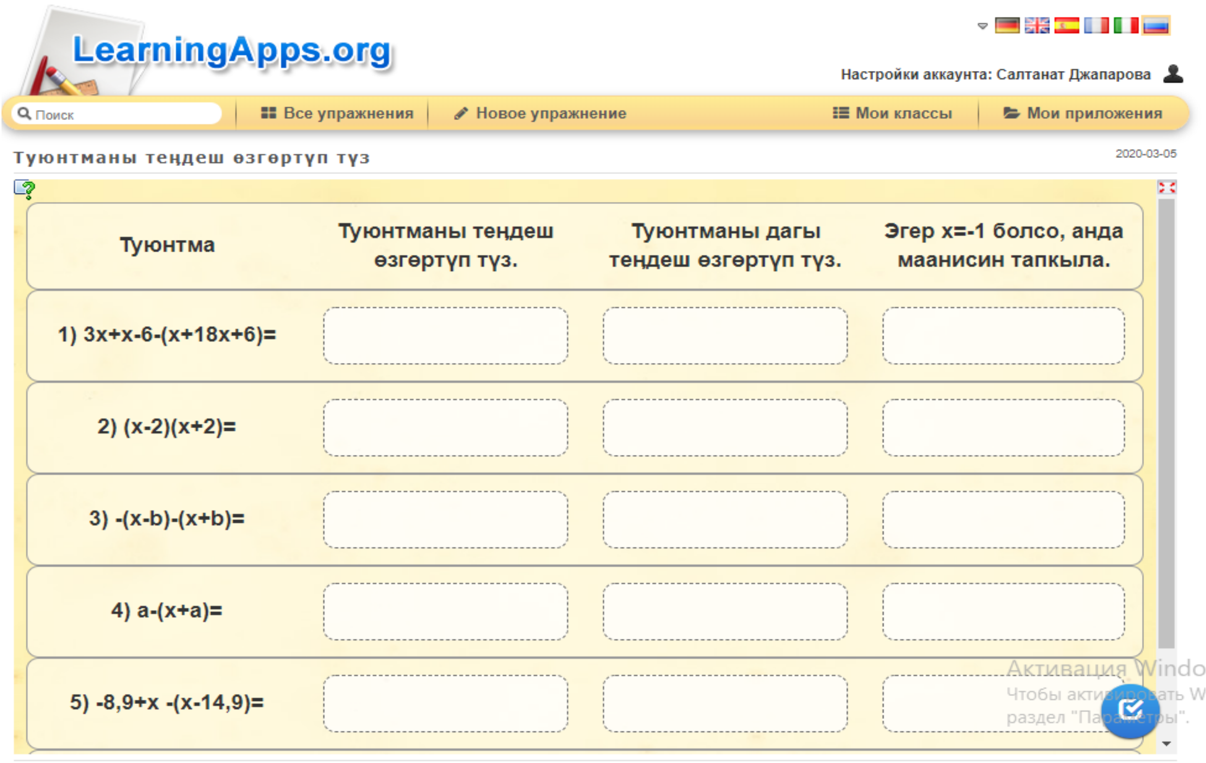


2.3.1-сүрөт. Негизги мектептин математикасында туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун каражаттары.

Окуучуларга берилген көнүгүүлөрдү иштетүү менен сабакка кызыгуусун, өз алдынча иштерин уюштурууда learningapps.org интерактивдүү көнүгүүлөрдү түзүү мүмкүнчүлүктөрүн пайдалануу менен көркөмдүү слайддарды удаалаш түзүүдө математикалык моделдөө процессинин этаптары эске алынды [159].



2.3.2-сүрөт. learningapps.org интерактивдүү көнүгүүлөрдү түзүүдө тапшырманы берүү.



2.3.3–сүрөт. learningApps.org интерактивдүү көнүгүүлөрдүн жыйындысы.

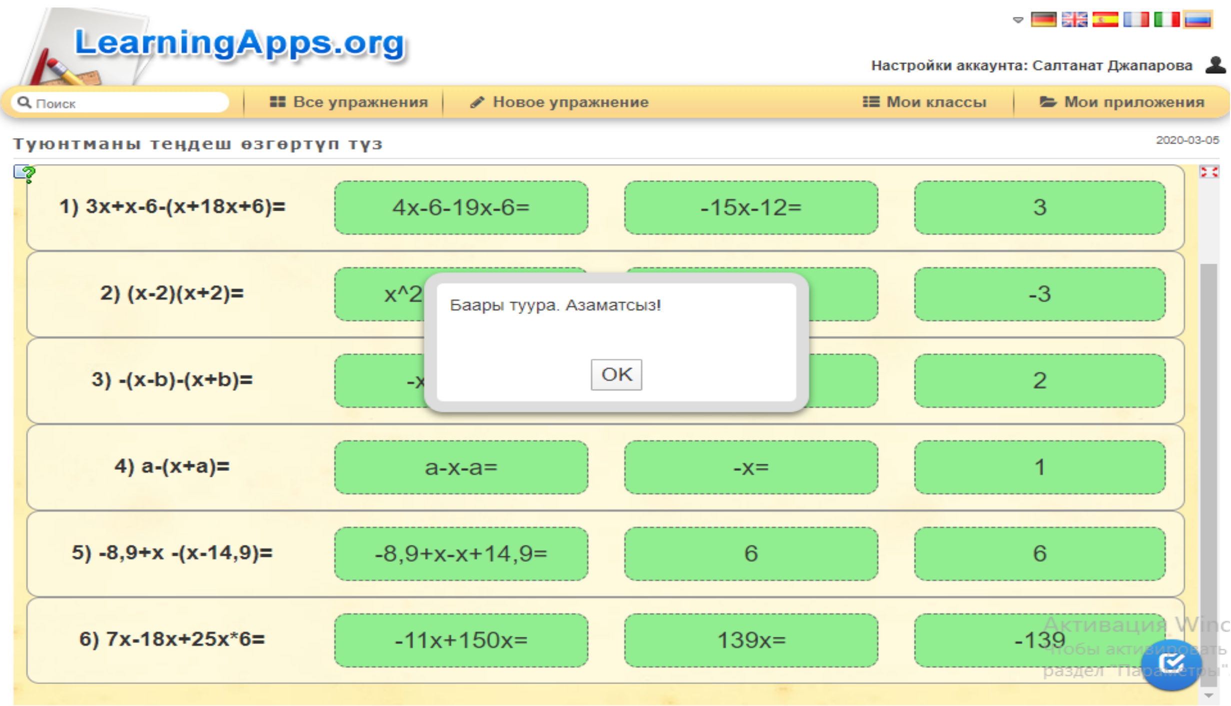
Жогоруда берилген тапшырма аркылуу окуучу туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзүү менен маанилерин коюп чыгарды. Тапшырманы берүүдө окуучуларды топтопко бөлүп чыгарттык. Тапшырманы аткаргандан кийин жыйынтыгында компъютерде өзү тура жообун көрө алды. Программадагы тапшырманы үй тапшырма иретинде берседа болот. Үйүндө интернети бар окуучулар сайттан тапшырманы ачып иштеп келседа болот. Сайтта көптөгөн көнүгүүлөрдүн жыйындысы, тесттер, ар түрдүү оюндар менен жасалган тапшырмалар бар [167].

2.3.4-сүрөт. learningapps.org интерактивдүү көнүгүүлөрдүн кээ бирөөсү тура эмес аткарылгандыгы.

Тапшырмага жоопторду жазууда ангилис тамгалары менен жооп жазуу керек, эгерде орусча тамгалар менен жазса туура эмес деген жоопту берет. Туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзүүдө ар бир көбөйтүүнүнүн алгоритмин түзүү керек. Мисалы төмөндөгүдөй туюнтманы алсак, көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүүдө сайттар менен көрсөтүп берүүгө болот. Бул теңдеш өзгөртүп түзүүдөн жоюштуруп, андан кийин жыйынтык алабыз.

$$(x-2)(x+2)=x^2\cancel{+2x}\cancel{-2x}-4=x^2-4$$

2.3.5-сүрөт. learningapps.org интерактивдүү көнүгүүлөрдүн тапшырманын баарын туура аткаргандагы көрүнүш.



2.3.6-сүрөт. learningapps.org интерактивдүү көнүгүүлөрдүн кайтарым байланышы.

Ал эми көп мүчө-бул алгебралык бөлчөктөрдүн жекече учуру.

Мисалы y^3+2y+7 көп мүчөсү $\frac{y^3+2y+7}{1}$ бөлчөгүнө барабар, ал эми $\frac{3x^2+5x-1}{5}$ бөлчөгүн $\frac{3x^2}{5}+x-\frac{1}{5}$ көп мүчө түрүндө көрсөтүүгө болот.

Аналогиялык ыкма менен рационалдык бөлчөктөрдү да алымын да бөлүмүн да бирдей көп мүчөгө көбөйтүп, бөлүүгө болот. Муну берилген алгебралык бөлчөктөрдү теңдеш өзгөртүп түзүү деп аталат.

Мисалы, $\frac{x^2-x}{x^2}$ бөлчөгүн $\frac{x-1}{x}$ бөлчөгүнө алмаштырдык. Алгебралык бөлчөктөрдүн негизги касиетин пайдаландык (бөлүмүн да алымын да x ке бөлөбүз). Ал эми $\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}$ бөлчөгүн $\frac{(y-3)^2}{(y-3)(y+3)}$ бөлчөгүнө теңдеш өзгөртүп түзүп (бөлүмүн да алымын да (y-3) кө бөлүп) $\frac{y-3}{y+3}$ бөлчөгүн алдык.

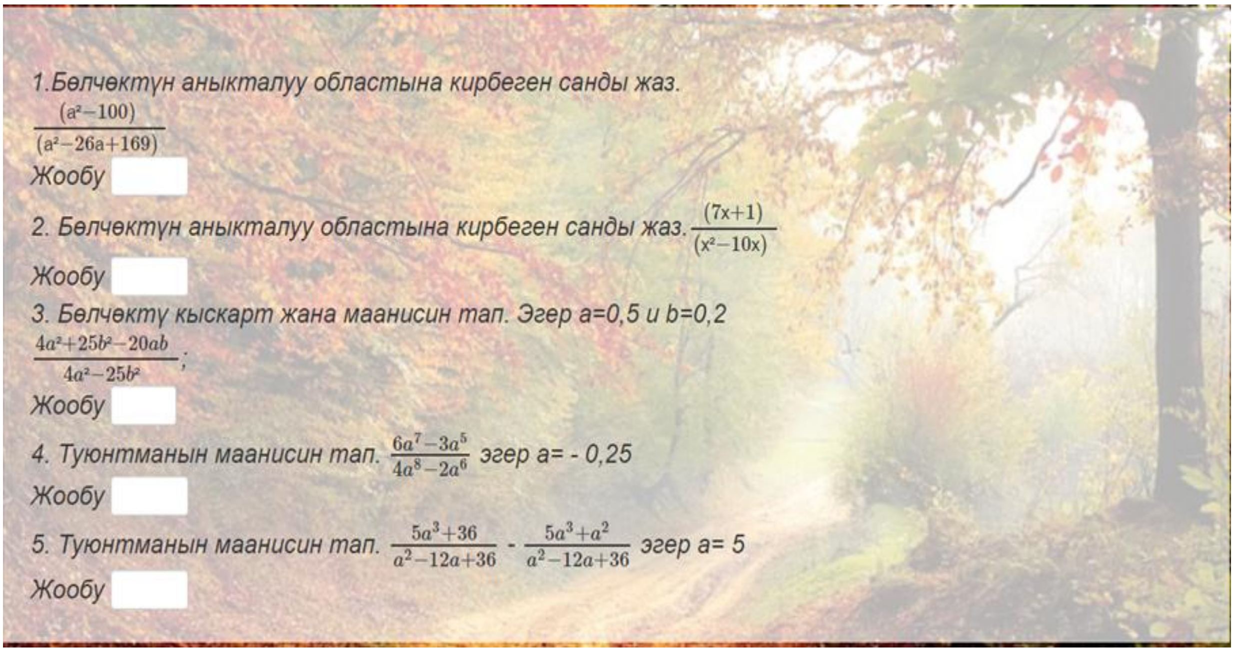
$\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}=\frac{y-3}{y+3}$ барабардыгы теңдештик деп аталат, же $\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}$ бөлчөгү $\frac{y-3}{y+3}$ бөлчөгүнө теңдеш өзгөртүлүп түзүлдү. Эске сала кетчү нерсе бул теңдеш өзгөртүү $y\neq3$ жана $y\neq-3$ болгондо гана аткарылат. Эгерде $\frac{y^2-6y+9}{y^2-9}$ бөлчөктүн бөлүмү нөл болуп калса, анда мааниге ээ болбойт.

Туюнтма мааниге ээ болгон өзгөрмөлөрдүн маанилери өзгөрмөлөрдүн мүмкүн болгон маанилери деп аталышат.

Рационалдык туюнтманын айрым түрү алымы жана бөлүмү көп мүчөлөрдөн турган бөлчөк болот. Мындай бөлчөктөр рационалдык бөлчөктөр деп аталышат [51].

Мисалы, Бөлчөктүн аныкталуу областына кирбеген санды жазганда. $\frac{(a^2-100)}{(a^2-26a+169)}$, мындан аныктаманын шарты боюнча

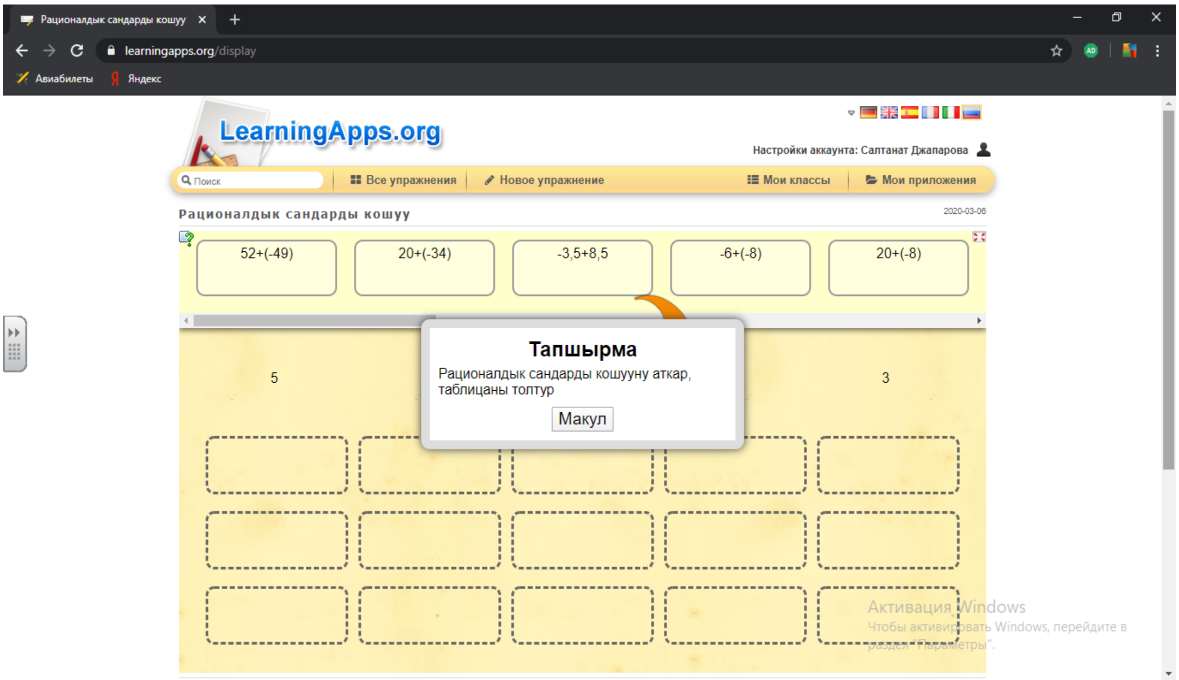
$a^2-26a+169\neq0 \Rightarrow (a-13)(a-13)\neq0 \Rightarrow a\neq13$. Анда жообу: 13 болот.



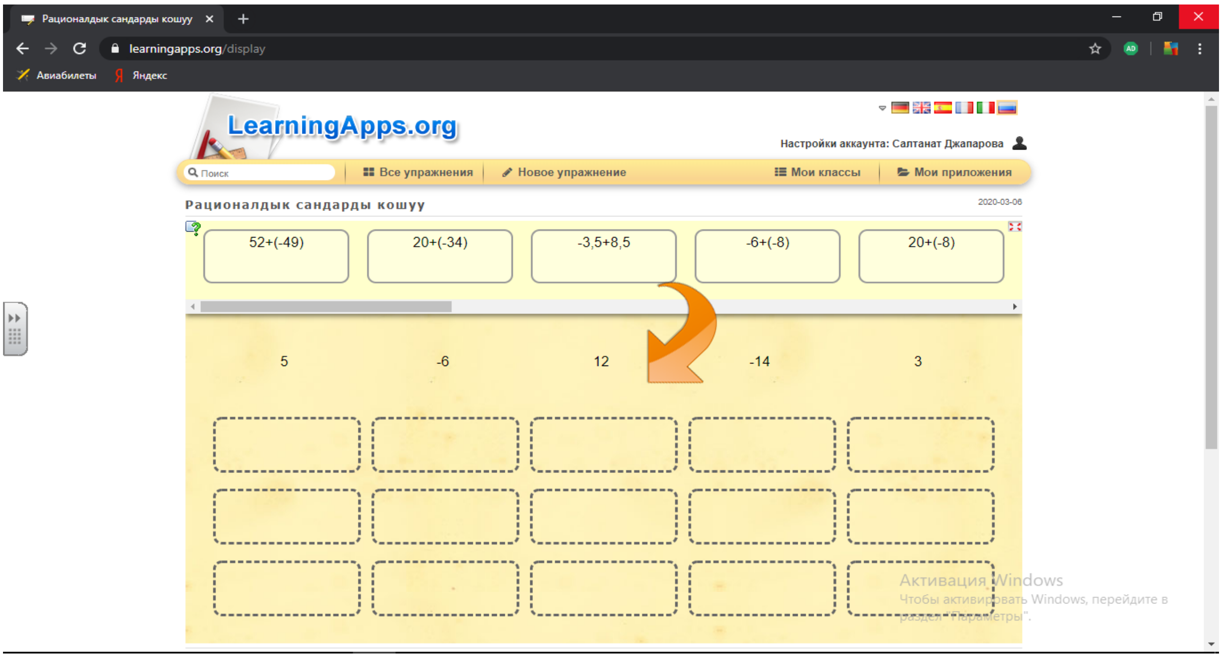
2.3.7-сүрөт. learningapps.org сайтында рационалдуу бөлчөктөр аркылуу берилген көнүгүүлөрдүн жыйындысы.

Эгерде берилген мисалдан бирөө же бир нечеси тура эмес болуп калса, анда компьютер жоопторун тура эмес экендигин көрсөтөт. Жообу баардыгы тура чыкса «жашыл» түс менен көрсөтүп, «эң жакшы, тура чыгардың»-деген терезечени чыгарып, окуучуну көңүлдүү иштөөсүнө түрткү берет [166].

Сан туюнтмасынын мисалдарын интерактивдүү метод менен төмөндөгүдөй берүүдө окуучулар үчүн эстерине тутуусу эффективдүү [169].

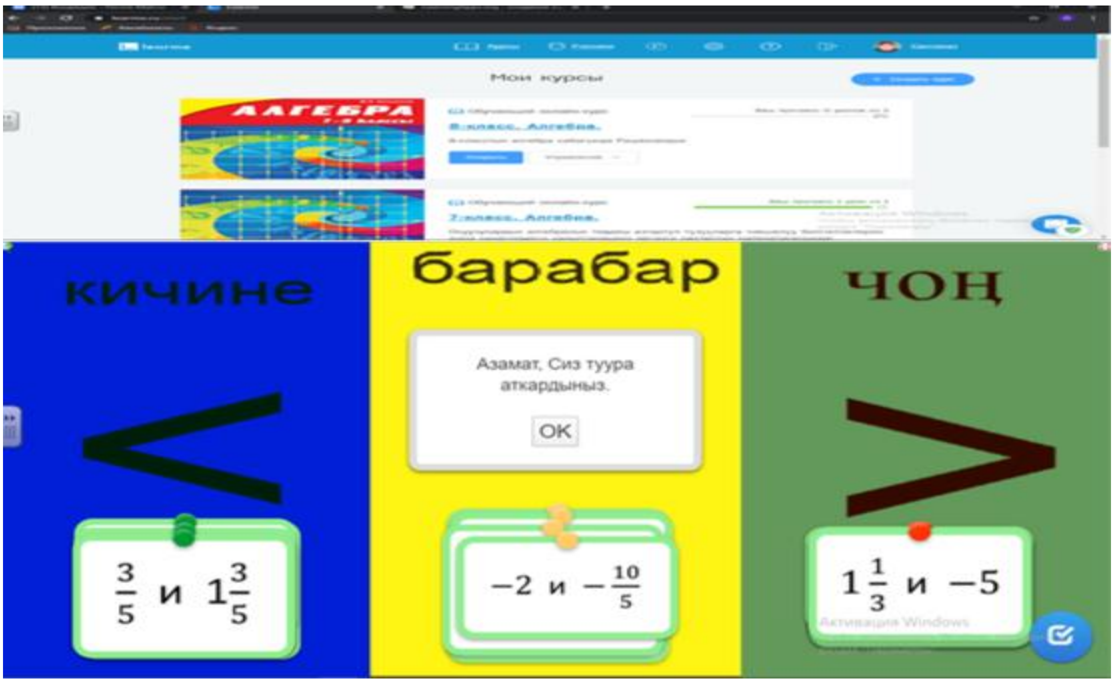


2.3.8-сүрөт. learningapps.org сайтында рационалдык сандарды кошуу.



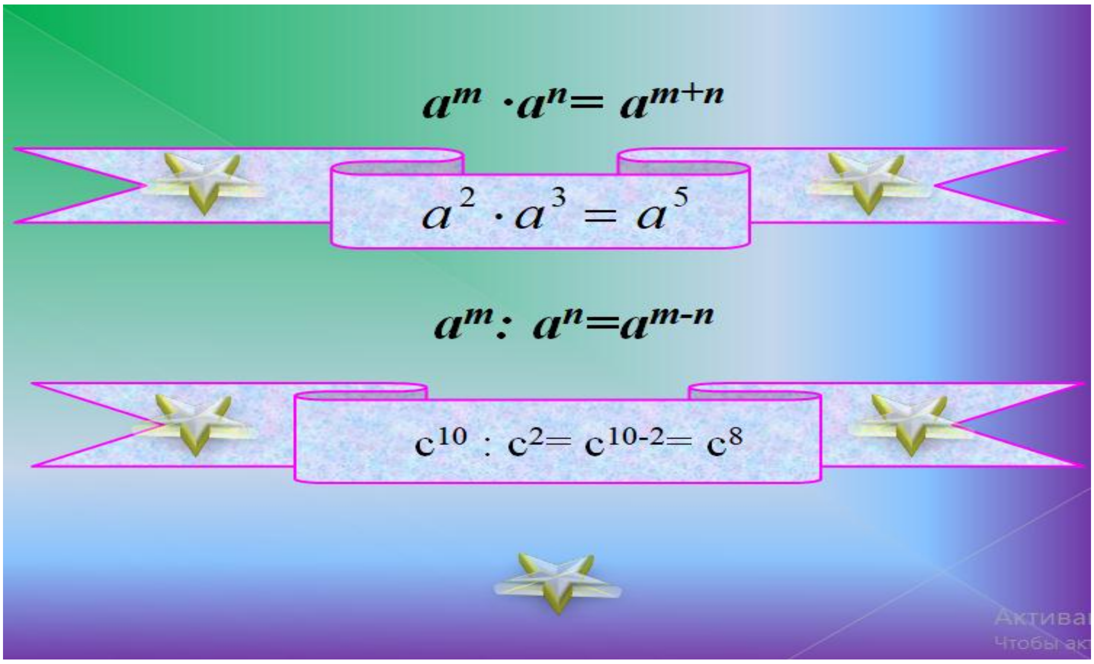
2.3.9-сүрөт. learningapps.org сайтында рационалдык сандарды кошуу.

Рационалдык сандарды салыштырууну өтүүдө Learme.ru окутуу сайты менен үйгө тапшырма берип, кайтарым байланыш түзүү өтө ыңгайлуу **[157]**. Анткени окуучу мисалдарды иштеп бүткөндөн кийин ошол жерден эле баалап берет. Иштеген иши боюнча мугалимге билдирүү жиберет, окуучунун канча мисалды туура аткарды, канчасы ката болуп калды көрсөтүп турат.

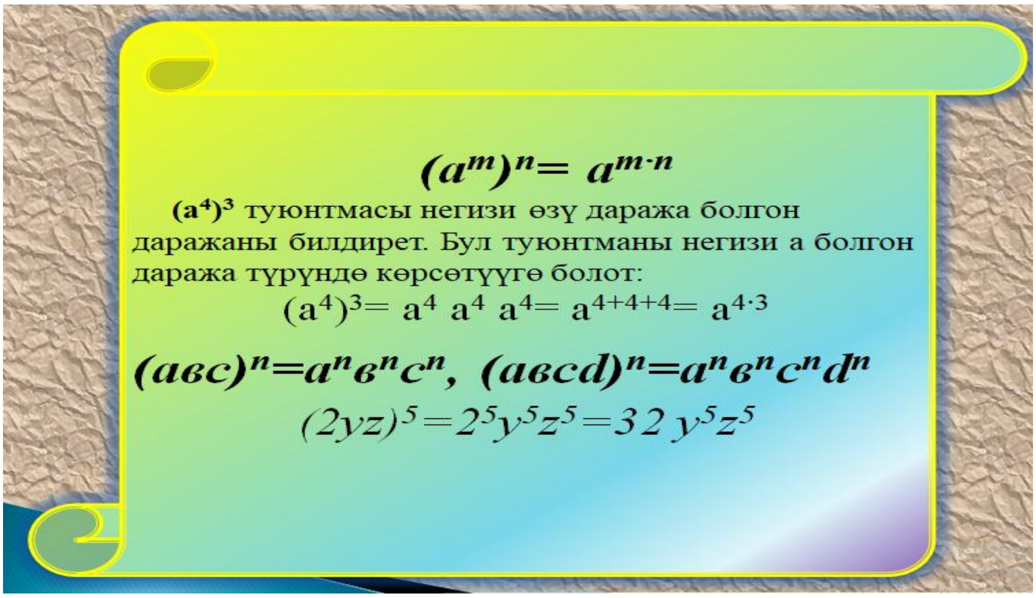


2.3.10-сүрөт. Learme.ru сайтында рационалдуу бөлчөктөр аркылуу берилген көнүгүүлөрдүн жыйындысы.

Бүтүн көрсөткүчтүү даражанын касиеттерин үйрөнүүнү окуучуларга математикада белгилүү болгон натуралдык көрсөткүчтүү даражанын касиеттерин кайталоодон баштоо керек (Тиркеме 4). Касиеттерди Microsoft Power Point программасынын мүмкүнчүлүктөрүн пайдалануу менен көркөмдүү слайддарды удаалаш түзүүдө көрсөтүү ылайыктуу (2.3.11-сүрөт).



2.3.11-сүрөт. Power Point программасынын негизинде көрсөткүчтүү даражанын касиеттери мисалдары менен.



2.3.12-сүрөт. Мультимедиалык каражатты пайдаланып Power Point программасынын негизинде көрсөткүчтүү даражанын касиеттери мисалдары менен.

Окуу процессин активдештирүү, алгебра предметине болгон окуучулардын кызыгуусун арттыруу, сабакта көрсөтмөлүүлүктү ишке ашыруу максатында мультимедиалык технологияларды колдонуу сабактын эффективдүүлүгүн бир кыйла жогорулатат (2.3.12-сүрөт).

Программанын талабына ылайык VIII класстын алгебрасында квадраттык тамыр, арифметикалык квадраттык тамыр түшүнүктөрү жана алардын ар түрдүү колдонулуштарын окуп үйрөтүү каралган.

Квадраттык тамыр түшүнүгүнө байланыштуу иррационалдык сандарды киргизүүнүн зарылдыгы келип чыгат. Бул главада окуучуларга белгилүү болгон рационалдык сандардын көптүгү жөнүндөгү маалыматтар жалпыланат жана системага келтирилет. Ошондой эле анык сандардын көптүгү жөнүндө биринчи түшүндүрмө берилет [15].

"Квадраттык тамыр жана арифметикалык квадраттык тамыр түшүнүктөрүнө конкуренттүү-индуктивдүү жолду пайдалануу менен тексттик көнүгүүлөргө кайрылабыз" [97, 80-81-б.].

Квадраттын аянты 64 см^2 ге барабар дейли. Ал квадраттын жагы эмнеге барабар? Квадраттын жагынын узундугу ***x*** тамгасы (сантиметрлер) менен белгилейли. Анда квадраттын аянты x^2 см^2 болот. Шарт боюнча аянт 64 см^2 ге барабар, демек $x^2=64$.

$x^2=64$ теңдемеси эки тамырга 8 жана -8 ге ээ болот. Чынында эле, $8^2=64$ жана $(-8)^2=64$. Ошентип, квадраттын жагы 8 см ге барабар. $x^2=64$ теңдеменин тамыры, б.а квадраты 64кө барабар болгон сан, 64 санынан алынган квадраттык тамыр деп аталат.

Жалпы эле, ***a*** (*a≥0)* санынын квадраттык тамыры деп квадраты ***a***га барабар болгон сан аталат.

$x^2=64$ теңдемесинин терс эмес тамыры болгон 8 саны, 64 санынын арифметикалык квадраттык тамыры деп аталат. Башкача айтканда, 64 түн арифметикалык квадраттык тамыры квадраты 64 барабар болгон терс эмес сан. Эми ушул мисалдарды анализдөөгө таянып, арифметикалык квадраттык тамырын түшүнүгүнө аныктама берүүнү окуучулардан талап кылабыз. Натыйжада төмөнкү аныктама пайда болот.

Аныктама 1. ***а(а≥0) санынын арифметикалык квадраттык тамыры деп, квадраты а га барабар болгон терс эмес саны аталат [97].***

а санынан арифметикалык квадраттык тамырды төмөндөгүдөй белгилөө кабыл алынган: $\sqrt{a}$ мында «$\sqrt{\ }$» белгиси арифметикалык квадраттык тамырдын белгиси, ал эми тамырдын белгисинин астындагы туюнтма тамыр астындагы туюнтма деп аталат. $\sqrt{a}$ жазуусу: «***а*** дан алынган арифметикалык квадраттык тамыр» («арифметикалык» деген сөз окуганда түшүп калат) деп окулат.

Андан ары арифметикалык квадраттык тамырларды табууга мисалдар келтирилет. Жалпысынан, $\sqrt{a}$ барабардыгы, качан гана эки шарт: 1) а>0 же 2) а=0 аткарылганда туура болот [158].

Көбөйтүндүдөн тамыр чыгаруу жөнүндөгү теореманы далилдөө арифметикалык квадраттык тамырдын аныктоосун пайдаланууга негизделген. Ал эки бөлүктөн турат:

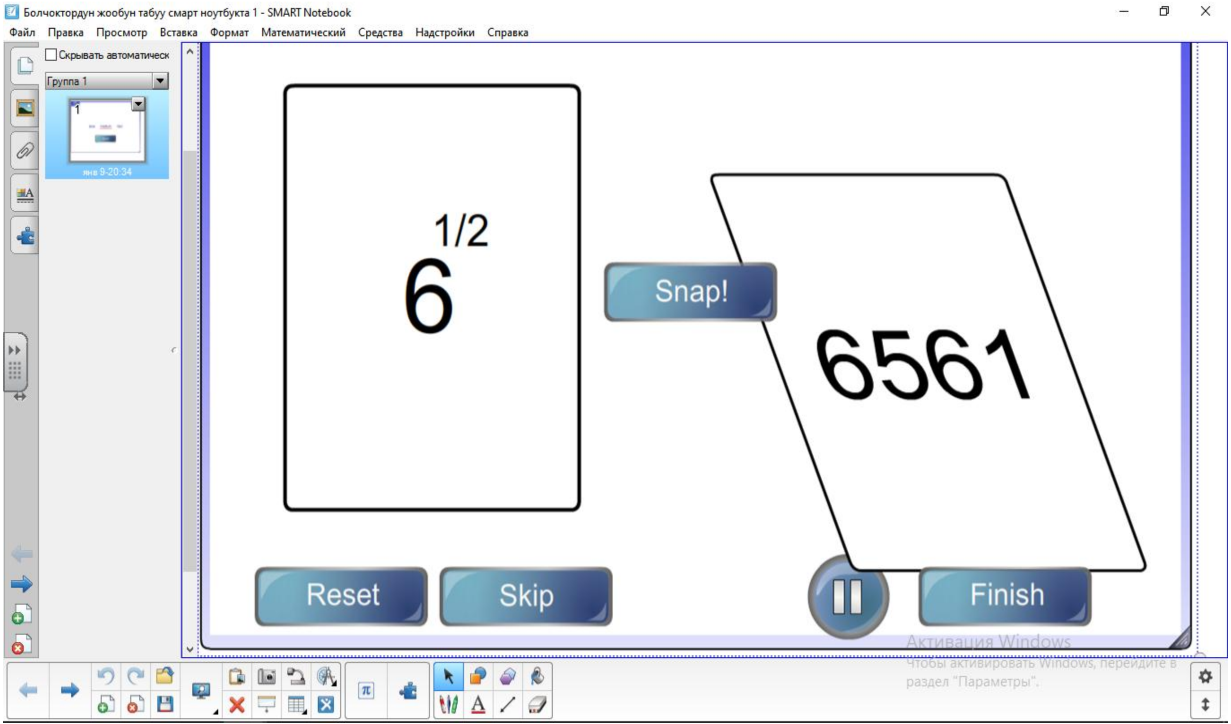
1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{в}$ туюнтмасынын мааниси терс эмес экендиги түшүндүрүлөт.

2) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{в}$ туюнтмасынын квадраты ***а·в*** га барабар экендиги көрсөтүлөт.

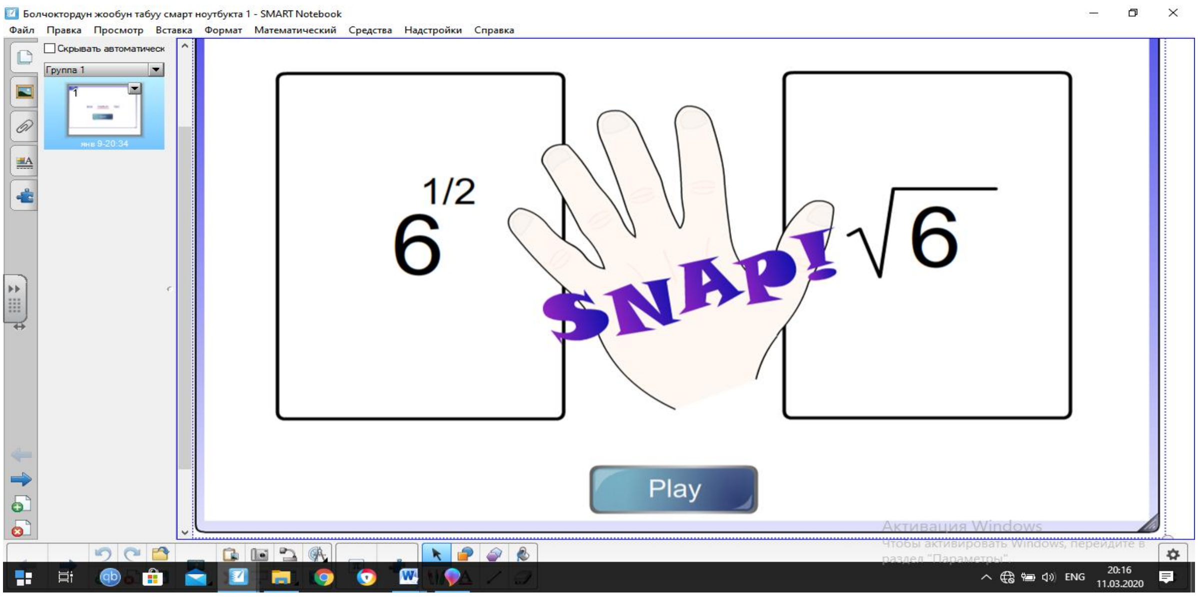
Бөлчөктөн тамыр чыгаруу жөнүндөгү теореманы далилдөө көбөйтүндүдөн тамыр чыгаруу жөнүндөгү теореманы далилдөөгө окшош. Ошондуктан аны окуучуларга өз алдынча, окуп үйрөнүүгө сунуш кылса болот.

Smart билим берүү (notebook) – мультимедиалык интерактивдүү технологиялардын негизинде Smart түзүлүштөрүнүн жардамы менен окутуу (7-тиркеме). $6^{\frac{1}{2}}=\sqrt{6}$ теңдештигин билүү жана аны төмөнкү туюнтмаларды өзгөртүп түзүүдө Smart notebook акылдуу программасын колдонуу: $3^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{3}$; 9^4=6561; $9^{-5}=\frac{1}{9^5}$; $5^{-3}=\frac{1}{5^3}$; $6^{-1}=\frac{1}{6}$; $4^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{4^2}$; 3^0=1; $5^{-9}=\frac{1}{5^9}$; $2^{\frac{7}{8}}=\sqrt[8]{2^7}$ менен окуучулардын кызыгуусун арттыруу (2.3.13-сүрөт). Оң жагындагы төрт бурчтукта жооптору берилип турат. Качан гана «Snap!»

баскычын басканда туура жооп болсо токтойт, ал эми туура эмес болсо токтобойт (Электрондук маалымдама №1).



2.3.13-сүрөт. Smart notebook акылдуу программасынын жардамы менен көнүгүүлөрдү иштөө.



2.3.14-сүрөт. Smart notebook акылдуу программасынын жардамы менен көнүгүүлөрдү иштөө.

Бөлүмдөгү акыркы тема квадраттык тамырларды камтыган туюнтмаларды өзгөртүп түзүү. Бул тема кайталоочу мүнөзгө ээ. Квадраттык тамырларды камтыган туюнтмаларды теңдеш өзгөрүүлөрдүн бир нечеси анализденди. Негизинен көбөйтүндү бөлчөктүн жана даражанын тамырларын өзгөртүп түзүү, көбөйтүүчүнү тамыр белгисинин астынан чыгаруу жана тамыр белгисинин астына киргизүү сыяктуу теңдеш өзгөртүп түзүүлөр каралганын белгилейбиз. Квадраттык тамырларды камтыган туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө андан ары бир канча мисалдар каралды. Айрымдарына токтолобуз:

Мисалы, $3\sqrt{5a}-\sqrt{20a}+4\sqrt{45a}$ туюнтмасын жөнөкөйлөтөбүз.

$\sqrt{20a}$ туюнтмасынын тамыр белгисинин астынан 2 санын, $4\sqrt{45a}$ туюнтмасынан 3 тү чыгарып төмөнкүнү алабыз:

$3\sqrt{5a}-\sqrt{20a}+4\sqrt{45a}=3\sqrt{5a}-2\sqrt{5a}+12\sqrt{5a}=\sqrt{5a}\,(3\text{-}2+12)=13\sqrt{5a}$.

$3\sqrt{5a}-\sqrt{20a}+4\sqrt{45a}$ суммасын $13\sqrt{5a}$ туюнтмасы менен алмаштырууда, кошулуучулардын окшош мүчөлөрүн жыйноону аткарганыбызды белгилей кетебиз. Бул өзгөртүп түзүүнү жыйынтыктарды жазбастан эле аткарууга болмок [139].

Мисалы, Берилген $\frac{c}{\sqrt{2}}$ бөлчөгүн бөлүмүндө квадраттык тамыр болбогудай кылып өзгөртүп түзөбүз. Бөлчөктүн алымын да, бөлүмүн да $\sqrt{2}$ ге көбөйтүп төмөнкүнү алабыз: $\frac{c}{\sqrt{2}}=\frac{c\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}=\frac{c\sqrt{2}}{2}$. $\frac{c}{\sqrt{2}}$ бөлчөгүн теңдеш барабар $\frac{c\sqrt{2}}{2}$ бөлчөгү менен алмаштырдык, анын бөлүмүн тамыр белгисинен куткардык. Мындай учурда, бөлчөктүн бөлүмүнөн иррационалдуулугунан кутулдук деп айтылат [97].

Экинчи глава боюнча тыянак

1. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү негизги мектепте окутуунун мазмуну, ачып көрсөтүлүп, ага жараша түрлөрүн (бүтүн рационалдык туюнтмаларды, бөлчөктүү рационалдык туюнтмаларды, арифметикалык тамыр катышкан туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү) окутуунун методикасы сунушталды. Туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун

жалпы методикалык схемасы иштелип чыкты, аны окутуунун негизги компонеттери аныкталды.

2. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө зарыл болгон окуучулардын негизги билгичтиктеринин топтому бөлүп көрсөтүлүп, алардын калыптанышына карата талаптар иштелип чыкты.

3. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун каражаттар системасы сунушталып (интерактивдүү доска, LearningApps.org, Learme.ru, SMART Notebook), окуучулардын спецификалык билгичтиктерин, көндүмдөрүн калыптандыруунун натыйжалуулугун жогорулатуу максатында ал каражаттарды түзүүдө колдонулуучу критерийлери иштелип чыкты.

4. Негизги мектептин окуу китептеринде туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн берилишине, көнүгүүлөрдүн түрлөрүнө иликтөө жүргүзүлүп, методикалык сунуштар каралды.

ГЛАВА III. ПЕДАГОГИКАЛЫК ЭКСПЕРИМЕНТТИН ЖЫЙЫНТЫКТАРЫ

3.1. Педагогикалык эксперименттин жыйынтыктарынын баалоо критериялары жана максаты, негизги этаптары.

Эксперименталдык-тажрыйба иштерибиз Кыргыз Республикасынын мектептеринде инсанга багыттап окутуу технологиясына жана традициялык методиканы пайдаланып жүргүзүлдү.

“Педагогикалык технология деген термин өндүрүштөгү технология түшүнүгүнөн алынган болуу керек.

Бул түшүнүктөрдүн маанисин элестетүү үчүн алардын болжолдуу схемаларын карап көрүүгө туура келет.

Өндүрүштөгү технологияны шарттуу түрдө схема аркылуу төмөндөгүчө көрсөтүүгө болот:

Кирүү: Өндүрүшкө керектүү сырьелор, математикалык техникалык жана интеллектуалдык каражаттар	→	Өндүрүш процесси, кайра иштетип чыгаруу үчүн илимий сунуштарды пайдалануу ыкмалары, критериялары	→	Чыгуу: Техникалык контролдоо бөлүмүнүн талаптарына жооп берүүчү акыркы продукция

Педагогикалык технологияны схема аркылуу шарттуу түрдө төмөндөгүчө көрсөтүү мүмкүн:

Мектептин материалдык-техникалык, интеллектуалдык (кадрлар) базасы; бала, анын алгачкы өзүнө таандык инсандык сапаттары, жөндөмдүүлүгү ж.б.	→	Педагогикалык процесс: Окутуу, тарбиялоо алардын бардык негизги компоненттери: мазмуну, максаты, методдору, уюштуруу формалары ж.б.	→	Билимдүүлүгү, инсандык касиеттүүлүгү жетилген, коомго пайдалуу чыгармачыл адам

Технология термини адегенде өндүрүшкө тиешелүү болуп, анын ыкмаларын жана илимди өндушкө киргизүүнүн жыйынтыгы катарында кабылданган.

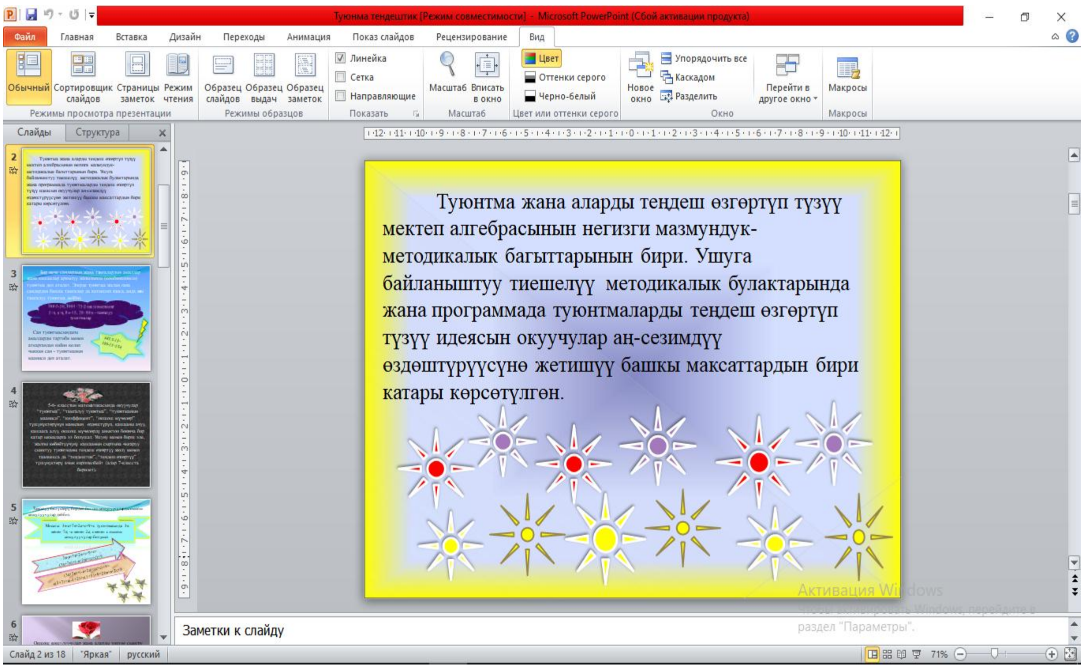
Педагогикалык технологиянын негизи-бул окутуу процессинин бардык звенолорун толугу менен башкаруу иеясы болуп эсептелет. Мында адегенде окуучулардын иш-аракеттеринен күтүлүүчү жыйынтыктар долбоорлонуп белгиленет, ошого жараша конкреттүү максаттар коюулат да, андан кийин аларга жетишүүнүн ыкмалары иштелип чыгат” [27, 7-8 б.].

VII-VIII класстарда алгебра предметинде окуучуларга туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда рационалдуулук, чыгармачылык компоненттеринин негизинде деңгээлдер каралды.

Рационалдуулук компонент математикалык көнүгүүлөрдүн ирээтелишинин ырааттуулугунун артыкчылыгын берет. Ошондой эле математикалык объектинин тандалышынын максаттуулугунун негизинде биздин илимий иш боюнча түзүлгөн көнүгүүлөр тематикага дал келди.

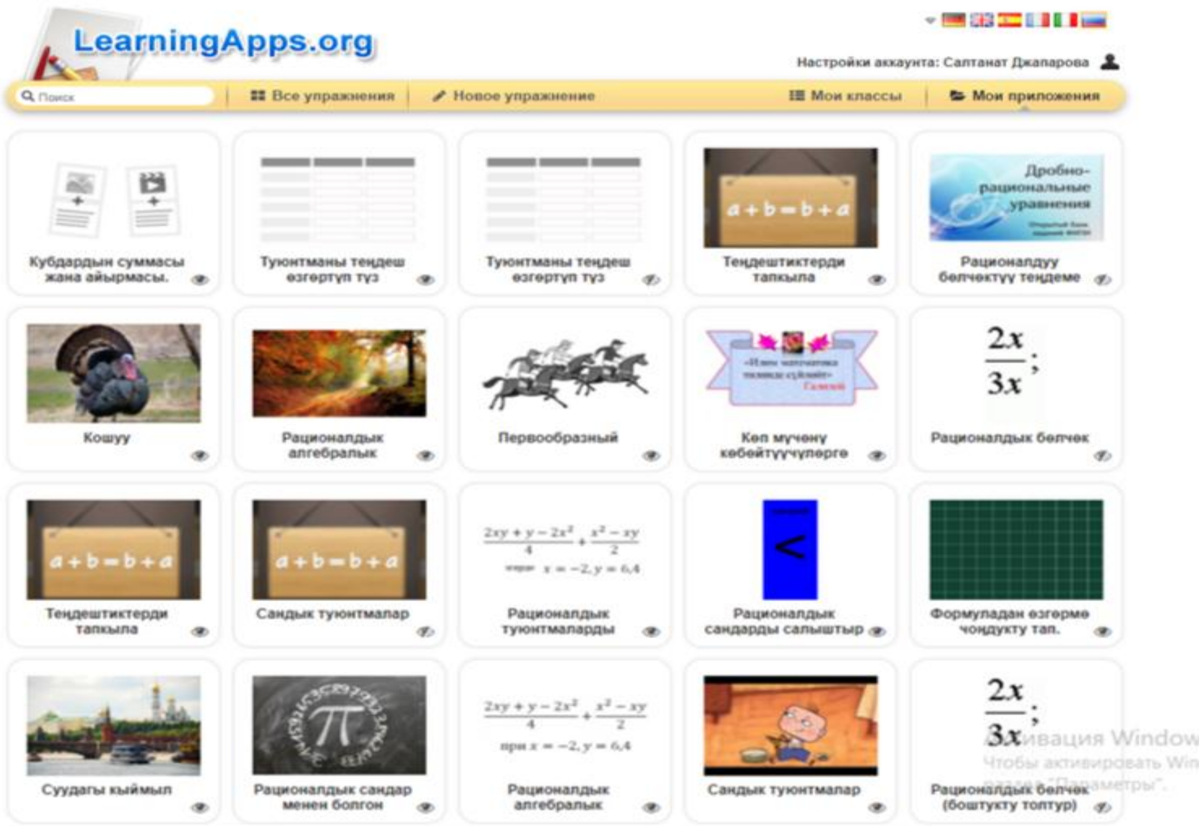
Чыгармачылык компонент көнүгүүлөрдү чыгарууда окуучулардын мультимедиалык каражаттар менен иштөөдө берилген маселелердин жөнөкөй жол менен чыгарылышын (көнүгүүлөрдүн так, кыска жолдорун) аныктоо менен туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнүн потенциалынын жогорулашына шарттайт. Мындан үч деңгээл каралып көнүгүүлөр берилди.

Ошону менен катар максатка ылайык колдонулган каражаттар “Рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун усулу” (мугалимдер үчүн колдонмо), туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун методикасын өркүндөтүү максатында мультимедиалык каражаттарды жана атайын көнүгүүлөрдү камтыган программаларды колдонуу сунушталды (интерактивдүү доска, LearningApps.org, Learme.ru, SMART Notebook),_математика боюнча кыргыз авторлорунун туюнтма, теңдештик, теңдеш өзгөртүп түзүү түшүнүктөрүн кеңири берилген окуу китептери болду. Бул мүмкүнчүлүктөр атайын көнүгүүлөрдү берүү менен математиканы окутууда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү натыйжасын көрсөтө алдык.



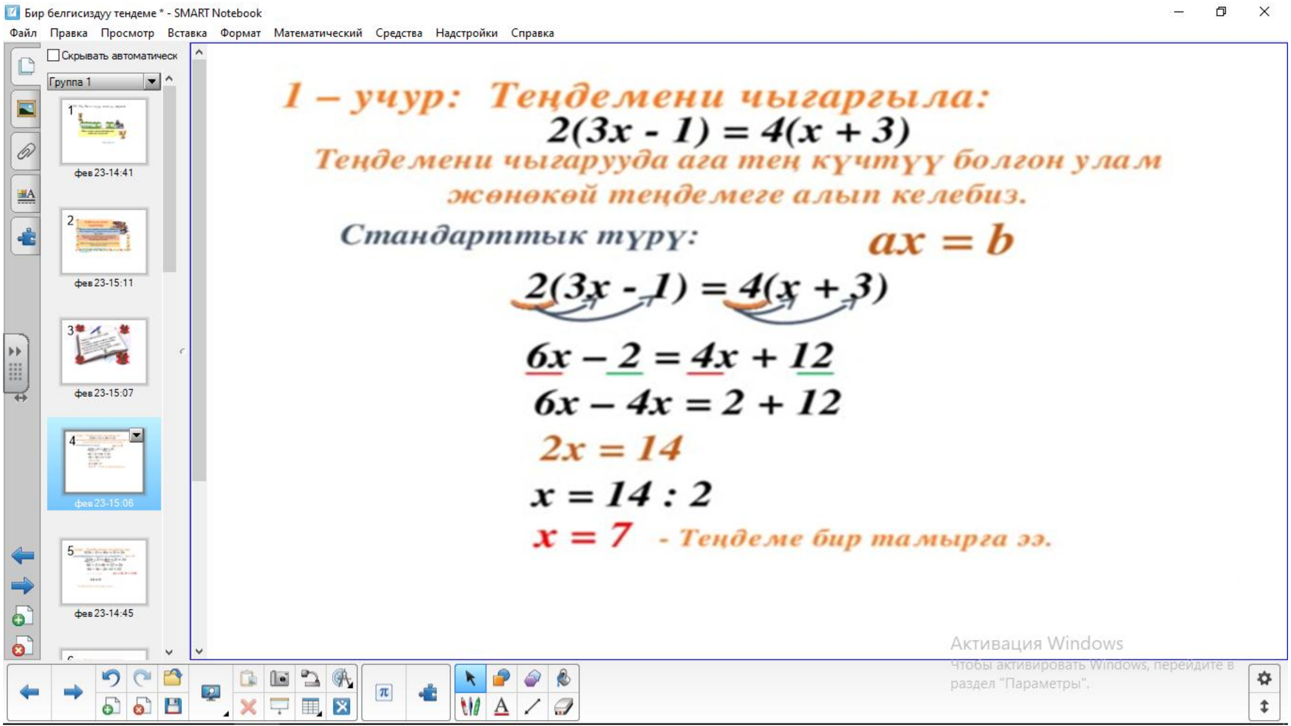
3.1.1-сүрөт. Мультимедиалык каражатты пайдаланып Power Point программасынын негизинде жаңы материалды түшүндүрүү (5-тиркеме).

LearningApps- мультимедиалык интерактивдүү көнүгүүлөрдү түзүү, модулдардын жардамы аркылуу окутуу процесси менен окууга жардам берүүчү Web 2.0 го программдык жабылышынын толуктагычы (*3.1.2-сүрөт*).



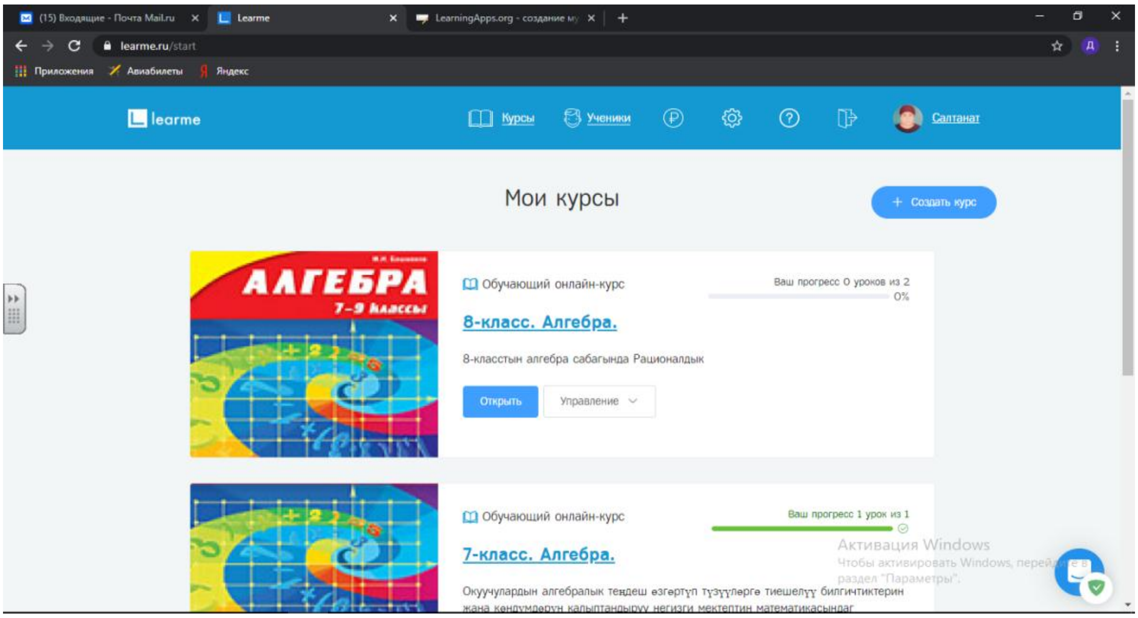
3.1.2-сүрөт. <u>learningapps.org сайты (8-тиркеме).</u>

Smart notebook- билим берүүдөгү акылдуу программа (умная программа) (7-тиркеме).



3.1.3-сүрөт. Smart notebook программасы.

Learme – онлайн окутуунун платформасы, анда сабактардын түрлөрү орун алып, үй тапшырмасын чыгарууга жардам берүү да каралган *(9-тиркеме)*.



3.1.4-сүрөт. Learme- (онлайн) аралыктан окутуунун платформасы.

Педагогикалык эксперимент – бул илимий негизде коюлган тажрыйба, ал иштелип чыккан теориялык жоболорду текшерүү жана негиздөө үчүн мугалимдердин жана окуучулардын катышуусу менен атайын уюштурулат [30; 59; 110; 111]. Эксперименталдык изилдөөнүн объектиси катарында негизги мектепте математиканы окутуу процесси тандалып алынып, сунушталган методиканын эффективдүүлүгү текшерүүдөн өткөрүлдү.

Үч этаптан турган педагогикалык эксперимент жүргүзүлдү:

1) аныктоочу эксперимент (2007-2009-жж.),

2) изденүүчү эксперимент (2009-2012-жж.),

3) окутуучу эксперимент (2012-2018-жж.).

2007-2009-жылдарда республикабыздын мектептеринде туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуу проблемасынын практикалык абалын аныктоо жана анын натыйжасында окутуунун илимий-методикалык негиздерин иштеп чыгуу максатында атайын иш-чаралар жүргүзүлдү. Окуучулар, мугалимдер менен өткөрүлгөн аңгемелешүү, байкоо, текшерүү иштер, оозеки сурамжылоо VII-VIII класстардын окуучулары тарабынан туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү өздөштүрүү деңгээлин аныктоого, аларда кездеше турган кыйынчылыктарды жана типтүү каталарды тактоого мүмкүнчүлүк берди. Ошону менен катар окуучулардын билимдериндеги айрым байкалган мүчүлүштүктөр туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда. Активдүү ишмердүүлүк ыкмаларын калыптандырууга көңүл бөлүү, окутуу процессин дифференцирлөө, ошондой эле окутуунун салттуу жана интерактивдик методдорун оптималдуу айкалыштырууга шарт түзүү менен билим берүүдөгү формалдуулукту жоюуга багыт берди. Анализдин негизинде окуучулар бүтүн рационалдык туюнтмаларды жөнөкөй эле теңдеш өзгөртүп түзүүнү, тамырдын табылган маанисин текшерүүнүн маңызын терең өздөштүрбөй турганы байкалды. Ошондой эле түшүнүктөрдүн маанилүү белгилерин бөлүп алууга жана аларды жалпылоодо, түшүнүктөрдүн ортосундагы байланыштарды тактап билүүдө кыйынчылыктарга дуушар болушту.

Мындай тандоо төмөнкү шарт менен аныкталды.

- негизги мектепте окулуп жаткан предметтердин ичинен математиканын башка предметтерге салыштырмалуу окуучулардын билиминин деңгээлин текшерүү учурунда биринчи орунга коюлушу (бүтүрүүчүлөрдүн республикалык тестти);

Алгачкы эксперименталдык иш туюнтмаларды жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү мектептерде окутуунун абалын аныктоо максатында жүргүзүлдү. Аныктоочу эксперимент үч шаардык жана бир райондук мектепте ар кандай формада өткөрүлүп, окуу программалары, окуу-методикалык колдонмолор анализденди жана окуучулар, мугалимдер менен аңгемелешүү жүргүзүлүп, сабактарга катышуу менен анкета, тесттер алынды. Ошону менен катар класстан тышкаркы иштердин да ар кандай формалары изилденди. Эксперименттин бул этабында туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окуучуларын өздөштүрүүсүнүн деңгээлин аныктоого, кездеше турган кыйынчылыктарды жана типтүү каталарды тактоого мүмкүнчүлүк түзүлдү, алардын себептери талдоого алынды.

Илимий иштеги милдеттерге ылайык эксперименталдык изилдөөлөр 2007-2018 жылдарда республиканын Ысык-Көл областынын, Нарын шаарынын айрым мектептеринде жүргүзүлдү. Негизги эксперименталдык иштер Ысык-Көл областынын Каракол шаарларындагы №4 гимназия мектебинде, №5 орто мектебинде, Түп районуна караштуу №16 Т. Сыдыкбеков атындагы Кең-Суу орто мектебинде, Нарын шаарындагы №8 Арстанбек Буйлаш атындагы орто мектебинде жүргүзүлдү. Педагогикалык экспериментке баардыгы болуп 332 окуучу катышышты. Бул эксперименталдык иштерди жүргүзүү тиешелүү деп алынган мектептин администрациясы жана математика мугалимдери менен алдын ала талкууланып макулдашылды (тиркеме 5).

Биринчи этапта, аныктоочу эксперимент учурунда (2007-2009 жылдар) математиканы окутуу процессинде негизги мектептин окуучуларынын билиминин деңгээлин, билгичтигин, көндүмдөрүн аныктоо менен катар математикалык түшүнүктөрдү кабыл алуусун жана математиканы окутуунун практикалык абалы, окутуу китептеринин тийгизген таасирин анализдөө да жүргүзүлдү. Бул этапта окуу программалары, окуу-методикалык колдонмолор сабактарга катышуу менен анализденди жана окуучулар, мугалимдерге аңгеме жүргүзүлүп, анкета, тест алынды. Бул аралыкта окуучулардын ой жүгүртүү ишмердүүлүгүн калыптандыруунун жана аларды өз алдынча чыгармачылык менен билим алуу көндүмдөрүн бекемдөөдө колдонуунун жалпы усулдарын изилдөө багытындагы методикалык проблемалар аныкталды жана теориялык жактан негизделди, окутуучу эксперименттин методикасы иштелип чыгылды.

Илимий изилдөө ишибизде математиканы окутуу процессинде туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун методикасынын эффективдүүлүгүн (математикалык ишмердүүлүктүн сферасында) эксперименталдык текшерүүдө төмөнкү критерийлерге таяндык:

-*предметтик мазмундагы (математикалык түшүнүктөр, формулалар) маалыматтардын жардамы менен туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө карата көнүгүүлөр аркылуу;*

-*теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткарууда жөнөкөйлөштүрүүнү талап кылуучу көнүгүүлөр системасы аркылуу;*

-*окутуу процессин уюштуруунун жаңы формаларын жана заманбап мультимедиалык каражаттарын колдонуу аркылуу.*

Эксперименттин изденүүчү этабында (2009-2011-жж.) VII класстын алгебрасында туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда алдын ала даярдаган усулдук колдонмо пайдаланып, өз алдынча иштер жүргүзүлүп, анын эффективдүү экендигине ынандык. Окутуунун интерактивдүү ыкмаларын пайдалануу менен туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окуучуларга проблеманы чечүүдө же татаал тапшырманын үстүнөн иштегенге үйрөтүү. Өз алдынча иштти окуучуларга түшүндүрүүдө кашаага алуу жана кашааны ачуу ыкмасы менен көп мүчөлөрдү теңдеш өзгөртүп түзүүдө жөнөкөй түргө келтирүү ыкмасын өздөштүрүсүнө жетише алдык. Мисалдар, тиешелүү методикалык адабияттарга таянуу менен эки вариантта көнүгүүлөр төмөндөгүдөй даярдалып, окуучуларга сунуш кылынды.

Өз алдынча иштин үлгүсү

1. Көбөйтүүнүн бөлүштүрүү касиетин пайдаланып туюнтманы теңдеш барабар туюнтмага өзгөрткүлө: -23 (2а-3в+1).

а) 46а-69в-23; ***б)***-46а+69в-23; ***в)*** 46а-69в+23.

2. Туюнтманы жөнөкөйлөт: (x-1)+(12-7,5x).

   а) -6,5x+11; ***б)*** -7,6x+11; ***в)*** 6,5x-11.

3. Кашааны ачып туюнтманы жөнөкөйлөткүлө: $(3m-5n^2)+(-m+10n^3)$.

   а) $4m+15n^3$; б) $2m-5n^2(1-2n)$; в) $-4m+15n^3$.

4. Өзгөрмө ***x*** тин маанилери 5,3,0,-3 жана 10 го барабар x^2+4 туюнтмасынын тиешелүү маанилерин тапкыла.

   а) 29,13,4,104; ***б)*** 29,13,5,100; ***в)*** 29,4,14,103.

5. Кош барабарсыздык түрүндө жаз. ***x*** 11 ден чоң же барабар.

   а) $x \geq 11$; ***б)*** $11 \geq x$; ***в)*** x>=11.

6. Көбөйтүүнүн бөлүштүрүү касиетин пайдаланып туюнтманы теңдеш барабар туюнтмага өзгөрткүлө: 23 (2а-3в+1)

   а) 46а-69в-23; ***б)***46а-69в+23; ***в)*** 46а-69в+23.

7. Туюнтманы жөнөкөйлөт: (x-1)+(12-7,5x).

   а) -6,5x+11; ***б)*** -7,6x+11; ***в)*** 6,5x-11.

8. Туюнтманы кыскарткыла: $\dfrac{17xy+34}{17(xy+34)}$

   а) $\dfrac{xy+2}{xy+34}$ ***б)*** $\dfrac{1}{17}$ ***в)*** 1

9. Туюнтманы жөнөкөйлөт. $-0,8m^2n*(-0,5m^5n^7)$

   а) $-1,2\ m^3n^6$; ***б)*** $12\ m^3n^6$; ***в)*** $0,4\ m^7n^8$;

10. Туюнтманын маанисин тап. $13^{100}:13^{98}$

   а)13^2; ***б)*** 13^{198}; ***в)*** 13^{-2};

Туура жоопту тегеректе.

Өз алдынча ишти аткарып жана текшергенден кийин, кашаага алуу алгоритмин окуучуларга түшүндүрүү жеңилдикти жаратты. Өз алдынча ишти жогоруда көрсөтүлгөндөй уюштуруу менен алардын мурда өздөштүргөн билгичтиктери жана зарыл болгон билимдерди кайталоого жол ачылып, натыйжада жаңы теманы ийгиликтүү өздөштүрүүгө мүмкүнчүлүк пайда болду.

Жаңы технологияларды окутуунун салттуу ыкмалары менен айкалыштыруу аркылуу сабактын эффективдүүлүгүн бир топ жогорулатууга мүмкүн экендигин белгилүү.

Демек, коюулган мисалды чыгарууда төмөндөгүдөй схеманы колдонууга болот:

1. Арифметикалык туюнтманын мазмунун жана түрүн изилдөө (кашаага алуу, кашааны ачуу ж.б.).
2. Арифметикалык операциялардын иштөө тартибин эстөө.
3. Кырдаалга жараша эрежелерди көрсөтүү. Мисалдарды бир катар түрүндө жазуу.
4. Алгоритмин иштеп чыгуу.

Тапшырманын жекече мүнөздө болушу ар бир окуучунун жоопкерчилигин жогорулатты. Ар бир окуучу белгилүү бир тапшырманы аткаруу менен жаңы теманы терең түшүнүүгө жардам бере турган мурда өтүлгөн метериалдарды кайталоону ишке ашырды. Натыйжада окуучулардын билимдеринин жогорулагандыгы байкалды, анткени алардын ар бири өз алдынча, чыгармачылык менен окуу ишмердүүлүгүн аткарышты (1-2-тиркеме).

Ошентип, 2007-2009-жылдарда туюнтмаларды жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүү проблемасынын мектептердеги абалы аныкталды, негиздери такталды. Окуучулар жана мугалимдер менен өткөрүлгөн аңгемелешүү, байкоо, контролдук иштер, ооз эки сурамжылоо туюнтма жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү VII-VIII класстардын окуучуларынын өздөштүрүүсүнүн деңгээлин аныктоого, кездеше турган кыйынчылыктарды жана типтүү каталарды тактоого мүмкүнчүлүк түзүлдү. Биринчи этаптын максаты - теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун теориялык негиздерин иштеп чыгуу болду.

Окуучулардын билимдериндеги айрым байкалган мүчүлүштүктөр кээ бир окутуучулардын туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуу ишин талап кылынгандай деңгээлде жүргүзбөгөнү менен түшүндүрүүгө болот. Окуучулардын билиминде формалдуулук, үстүртөдөн, тайкы өздөштүрүүсү, акыл иш аракеттеринин ыкмаларынын жетишсиз калыптанышынан байкалат.

Окуучулардын активдүү ишмердүүлүгүн калыптандырууга жетишсиз көңүл бөлүшү, окутуу процессин дифференциациялоого, ошондой эле, окутуунун салттуу жана интерактивдик методдорун оптималдуу айкалыштырууга маани берилбегени окуучулардын билимдеринин формалдуу болушуна алып келүүдө. Маселен, окуучулар бүтүн рационалдык туюнтмаларды жөнөкөй эле теңдеш өзгөртүп түзүүнү, тамырдын табылган маанисин текшерүүнүн маңызын аны терең өздөштүрбөй турганы байкалды. Ошондой эле, түшүнүктөрдүн маңыздуу белгилерин бөлүп алууга жана аларды жалпылоодо, түшүнүктөрдүн ортосундагы байланыштарды тактап билүүдө кыйынчылыктарга дуушар болушту.

Эксперимент окуу процессинде жүргүзүлүп, анын негизи окутуу процессинин бардык этаптарында максатка ылайыктуу көнүгүүлөр системасын колдонуу менен узартылды. Көнүгүүлөрдүн системасы таанып-билүү процессинин структурасын, окуучулардын курактык жана жеке өзгөчөлүктөрүн жана программанын талабын эске алуу менен белгилүү бир удаалаштыкта түзүлүп тандалып алынды.

Баа коюуда төмөндөгүдөй шарттар эске алынды:

1.Окуучулардын оозеки же чыгарылган толук жообу жазылган учурда, тестекаталар кетирилбесе, анда “ 5” (эң жакшы) .

2.Тапшырмалардын жооптору туура болуп, бирок бир, эки ката кетирген болсо, ага “4” (жакшы) .

3.Жооптору толук болбой, ошондой эле 3же 4 ката кетирсе, кээ бир негизделген жооптору болсо, анда ага “3” (орто).

4.Эгерде теманын мазмуну ачылбаса, жоопторунда экиден көп одоно каталар болсо, ага “2” (жаман) баа коюла тургандыгы.

Педагогикалык эксперимент үчүн мектептерден эксперименталдык жана контролдук класстар, башкача айтканда экиден параллель класстар тандалып алынды. Контролдук иштерди анализдөөнүн ооз эки суроонун ошондой эле окуучулар мугалимдер менен аңгемелешүүнүн натыйжасында, окуучулардын математикалык даярдыктары болжолдуу түрдө бирдей болгон класстар тандалып алынды: VII класстан - 8; VIII класстан – 8; тандалып алынды. 2 эксперименталдык класста бир мектепте 42 окуучу жана 2 контролдук класста 43 окуучу окуп, жогоруда биз белгилеген мектептердин жетинчи, сегизинчи класстарында эксперимент жүргүзүлдү.

Эксперименталдык класстарда сабакта колдонулган методдор жана ыкмалар, алардын аталыштары, колдонуунун максаттары, сабактагы окуучунун жана мугалимдин милдеттери жөнүндө атайын түшүндүрүү иштери алып барылды. Окуучулардын ой жүгүртүүсүн, сабактагы чыгармачыл ишмердүүлүгүн өнүктүрүү жана калыптандырууга багытталган милдеттер эксперименттин катышуучулары катары мугалимдерге жана окуучуларга тааныштырылды.

Тестирлөөнүн натыйжалары К. Пирсондун хи-квадрат (X^2) критерийинин негизинде статистикалык жактан иштелип чыкты. Анын жыйынтыгы таблицалара жана диаграммалар аркылуу көрсөтмөлүү берилди.

3.2. Педагогикалык эксперименттин жыйынтыктары.

Педагогикалык экспериментте максатка ылайык колдонулган мультимедиалык каражаттар SMART notebook, learningapps.org, Learme.ru болду. Бул мүмкүнчүлүктөр атайын көнүгүүлөрдү берүү менен математиканы окутууда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун методикасын өркүндөтүүгө өбөлгө түзүлдү.

“Окуучунун чыныгы окуй алуу мүмкүнчүлүгүн Ю.К.Бабанский сунуш кылган төмөнкү 7 параметрден турган программа боюнча үйрөнүү натыйжалуу болот:

1. Окуучунун коомдук жана эмгектик активдүүлүгү.
2. Адептүү тарбиялангандыгы (адептүүлүгү).
3. Окууга болгон мамилеси (оң, терс, же кайдыгерчилик менен).

4. Окуу-таанып билүү иш-аракетинин (негизгини ажырата билүү, жоопту пландаштыра билүү, тиешелүү темпте окуй жана жаза билүү, окууда өзүн-өзү контролдой билүү) калыптанышы.
5. Окуудагы туруктуулук (тырышчаактыгы).
6. Дене-бой жактан өсүшү (ден-соолук, ишке жөндөмдүүлүк, чарчоочулук).
7. Үй-бүлөнүн тарбиялык таасири” [26, 19-20 б.].

Аныктоочу экспериментте математиканы окутуу процессинде негизги мектептин окуучуларынын билиминин деңгээлин, билгичтигин, көндүмдөрүн аныктоо менен катар математикалык түшүнүктөрдү кабыл алуусун жана математиканы окутуунун практикалык абалын, окуу китептеринин тийгизген таасирин анализдөө да жүргүзүлдү.

Ошентип, 2007-2009-жылдарда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү проблемасынын мектептердеги абалы аныкталып, психологиялык-педагогикалык негиздери такталды. Эксперименттин биринчи этабынын максаты - теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун теориялык негиздерин иштеп чыгуу болду.

Эксперимент окуу процессинде жүргүзүлүп, анын негизи окутуу процессинин бардык этаптарында максатка ылайыктуу көнүгүүлөрдү колдонуу менен узартылды. Көнүгүүлөр чыгармачылык менен окуучулардын курактык жана жеке өзгөчөлүктөрүн жана программанын талабын эске алуу менен белгилүү бир удаалаштыкта түзүлүп, тандалып алынды.

Педагогикалык эксперимент үчүн мектептерден эксперименталдык жана контролдук класстар башкача айтканда экиден параллель класстар тандалып алынды. Натыйжасында, окуучулардын математикалык даярдыктары болжолдуу түрдө бирдей болгон VII класстан – 8 класс; VIII класстан – 8 класс катышты.

Эксперименталдык изилдөөгө төмөнкү талаптар коюлду:

а) эксперименттик изилдөө кошумча убакыты сарп кылбастан, ички резервдердин эсебинен жана сабакты өтүүнүн методикалык айрым багыттар боюнча өзгөртүү менен гана жүргүзүлдү;

б) алынган натыйжалардын ишенимдүүлүгүн экспериментти иштин узак мөөнөттө жүргүзүлгөндүгү (11 жыл) кайра-кайра кайталанып ишке ашырылгандыгы, окуучулардын көп санда катышуучу жана эксперименттин натыйжаларын статистикалык ыкмалар менен иштеп чыгуу аркылуу камсыз кылынды.

в) логикалык ой жүгүртүү жөндөмдүүлүгү.

Эксперименттин жүрүшүндө төмөнкү каражаттар текшерүүдөн өттү:

1. Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда колдонулуучу мультимедиалык каражаттар менен иштетилген атайын көнүгүүлөр.
2. “Рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун усулу” методикалык колдонмолор.
3. Сабакта окутуунун интерактивдүү методдорунун иштелмелери жана мультимедиалык машыктыруучу көнүгүүлөр.
4. Тесттик тапшырмалар (1-2-тиркеме).

Эксперимент учурунда окуучулардын өз алдынча иштерди аткаруусуна дайыма көзөмөл жүргүзүлүп, алардын теориялык билимдери убак-убагы менен текшерилип турду. Окуучулардын изилдөөчүлүк эксперименттен алынган окуу жылдары боюнча жыйынтык 3.2.1-таблицада жана 3.2.2-таблицада берилген.

3.2.1-таблица. 7-класстар үчүн окуу жылдары боюнча алынган жыйынтык.

Окуу жылдары	**Баштапкы көрсөткүчү**			**Жыйынтыктоочу көрсөткүчү**		
	К		$X^2_{эмп.}$	***К***		$X^2_{эмп.}$
	Эксп.	Конт.		Эксп.	Конт.	
2012-2013	0,80	0,78	1,42	0,96	0,85	9,85
2013-2014	0,81	0,78	1,50	0,95	0,85	9,43
2014-2015	0,81	0,78	2,17	0,95	0,86	8,03

2015-2016	0,81	0,78	1,12	0,96	0,85	9,73
2016-2017	0,79	0,81	1,52	0,93	0,85	8,13
2017-2018	0,81	0,79	1,52	0,95	0,85	9,07

3.2.2-таблица. 8-класстар үчүн окуу жылдары боюнча алынган жыйынтык.

Окуу жылдары	**Баштапкы көрсөткүчү**			**Жыйынтыктоочу көрсөткүчү**		
	К		$X^2_{эмп.}$	***К***		$X^2_{эмп.}$
	Эксп.	Конт.		Эксп.	Конт.	
2012-2013	0,78	0,84	2,76	0,97	0,88	7,94
2013-2014	0,76	0,81	2,82	0,97	0,87	8,42
2014-2015	0,76	0,80	2,63	0,97	0,88	8,17
2015-2016	0,76	0,81	2,66	0,92	0,83	8,78
2016-2017	0,75	0,80	3,09	0,94	0,84	8,14
2017-2018	0,76	0,81	2,83	0,96	0,87	8,52

Эксперименттин жыйынтыктары сан жагынан мүнөздөөчү коэффициенттер аркылуу аныкталат. Түшүнүктүн мазмунун өздөштүрүүнүн толуктук коэффициенти *К*. Ошентип, эксперименттик жумушта окуучулардын ой жүгүртүү операцияларын өздөштүрүү деңгээлденинин катыштык жалпы натыйжалары төмөндөгүдөй болду [102].

$K=\sum_{i=1}^{N}\frac{n_i}{n\cdot N}$, мында n-түшүнүктүн маңыздуу белгилеринин саны, n_i- i окуучу өздөштүргөн маңыздуу белгилеринин саны, N класстагы окуучулардын саны.

$$K_{эксп.} = \frac{2\cdot 12 + 3\cdot 39 + 4\cdot 20 + 5\cdot 5}{76\cdot 4} \approx 0{,}81;$$

$$K_{контр.} = \frac{2\cdot 17 + 3\cdot 40 + 4\cdot 17 + 5\cdot 6}{77\cdot 4} \approx 0{,}79.$$

Эксперименттик тестирлөөнүн натыйжалары окуучулардын ой жүгүртүүлөрүнүн калыптануу коэффициенттерин ($K_{эксп.}$ жана $K_{контр.}$) табуу аркылуу бааланды жана анын жыйынтыктары төмөндөгү таблицаларда берилди. Натыйжада, эксперименталдык жана контролдук класстардагы биринчи текшерүүгө салыштырмалуу деңгээлдик өсүш, мисалы, 7-класстарда:

$Д_{эксп.}$=0,95-0,81=0,14 жана $Д_{контр.}$=0,85-0,79=0,06 болду.

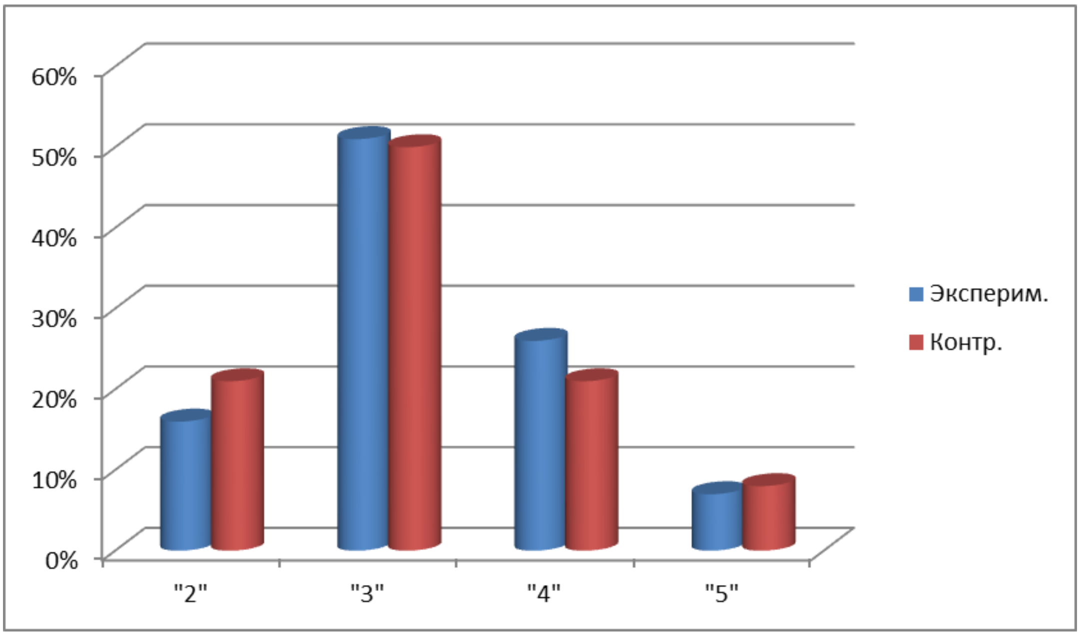
7-класстар үчүн алынган тесттин жыйынтыктары:

3.2.3-таблица. Баштапкы диагноздоонун көрсөткүчтөрү.

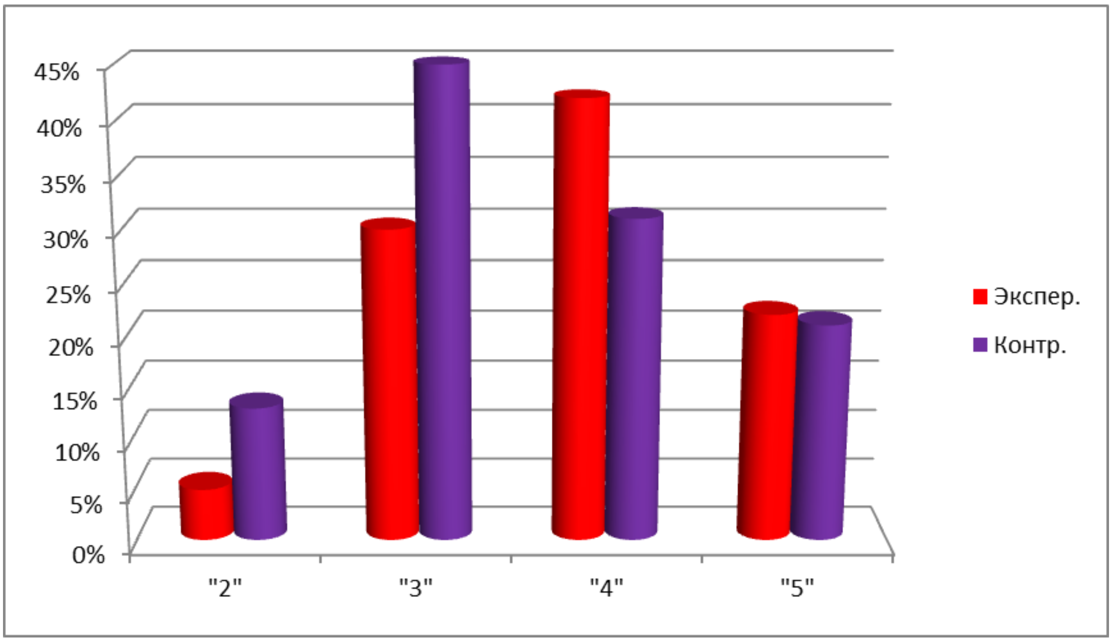
Класстар	**Окуучулар дын саны**	**Алган баалары боюнча окуучулардын саны**								***К***
		2		**3**		**4**		**5**		
Эксперим.	76	12	16%	39	51%	20	26%	5	7%	0,81
Контрол.	80	17	21%	40	50%	17	21%	6	8%	0,79

3.2.4-таблица. Жыйынтыктоочу диагноздоонун көрсөткүчтөрү.

Класстар	**Окуучулар дын саны**	**Алган баалары боюнча окуучулардын саны**								***К***
		2		**3**		**4**		**5**		
Эксперим.	76	4	5%	23	30%	32	42%	17	22%	0,95
Контрол.	80	10	13%	36	45%	25	31%	9	11%	0,85



3.2.1-сүрөт. Баштапкы текшерүүнүн көрсөткүчтөрүнүн гистограммасы.



3.2.2-сүрөт. Жыйынтыктоочу текшерүүнүн көрсөткүчтөрүнүн гистограммасы.

8-класстар үчүн алынган тесттин жыйынтыктары:

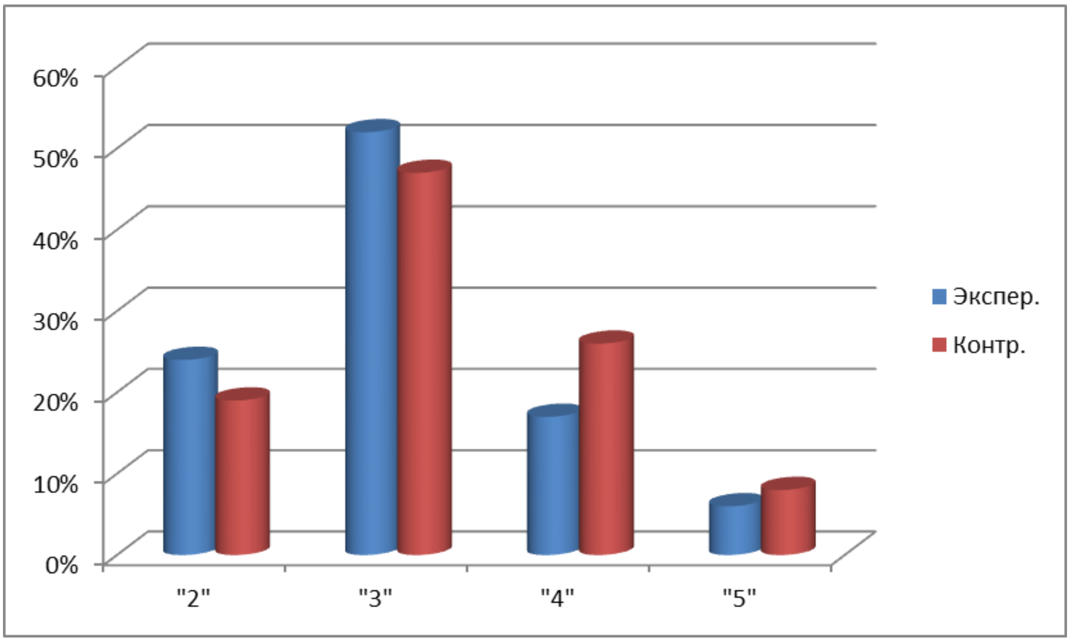
3.2.5-таблица. Баштапкы диагноздоонун көрсөткүчтөрү.

Класстар	**Окуучулардын саны**	**Алган баалары боюнча окуучулардын саны**								***К***
		2		**3**		**4**		**5**		
Эксперим.	82	20	24%	43	52%	14	17%	5	6%	0,76

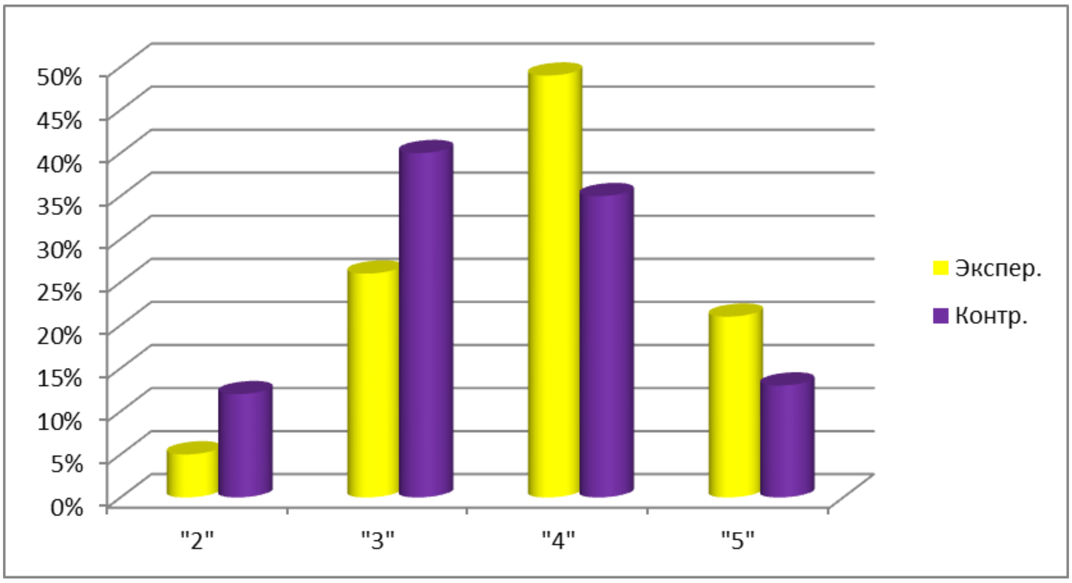
Контрол.	85	16	19%	40	47%	22	26%	7	8%	0,81

3.2.6-таблица. Жыйынтыктоочу диагноздоонун көрсөткүчтөрү.

Класстар	**Окуучулар дын саны**	**Алган баалары боюнча окуучулардын саны**								**К**
		2		**3**		**4**		**5**		
Эксперим.	82	4	5%	21	26%	40	49%	17	21%	0,96
Контрол.	85	10	12%	34	40%	30	35%	11	13%	0,87



3.2.3-сүрөт. Баштапкы текшерүүнүн көрсөткүчтөрүнүн гистограммасы.



3.2.4-сүрөт. Жыйынтыктоочу текшерүүнүн көрсөткүчтөрүнүн гистограммасы.

Жогоруда экспериментке чейинки абал көрсөткөндөй (3.2.1-3.2.6-таблицалар, 3.2.1-3.2.4-сүрөттөр), окуучулардын билиминдеги мүчүлүштүктөрдүн себептери бир рече, ошондуктан мектептеги педагогикалык жаамат мүчүлүштүктөргө жараша окутууну дифференциалдуу жүргүзсө максатка ылайык деп ойлойбуз.

Аныктоочу жана изденүүчү эксперименттин натыйжалары окутуучу эксперименттин каражаттарын иштеп чыгууга негиз болуучу эмприкалык материалдарды алууну шарттады. Педагогикалык экспериментте окуучулардын билимин текшерүү үчүн 30 вариант текшерүү иш (анын ар бири 10 суроодон турат) түзүлдү. Ал суроолор: сандуу туюнтмалар; арифметикалык бөлчөктөр менен жүргүзүлүүчү амалдар; алгебралык бөлчөктөр менен жүргүзүлүүчү амалдар; алгебралык туюнтмаларды өзгөртүп түзүү; көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүгө ажыратуу; теңдештиктер; натуралдык көрсөткүчү бар даражаны аныктоо; бүтүн рационалдык туюнтмаларды чыгаруу; бөлчөктүү рационалдык туюнтмаларды чыгаруу жана арифметикалык квадраттык тамыр менен анын касиеттерин чыгаруу. Белгилүү бөлүм боюнча окуучунун баасы 4 төн кем болсо, анын ушул тема боюнча билиминде мүчүлүш бар деп эсептелди.

Эксперименталдык жана контролдук топтордун окуучуларынын математикалык даярдыгынын сапатын салыштырууну статистикалык иштеп чыгууда К. Пирсондун хи-квадрат (X^2) критерийин колдонуу талапка ылайык келди. Анын эмприкалык мааниси төмөнкү формула менен табылат:

$$X^2_{эмп} = \frac{1}{n_э n_k} \sum_{i=1}^{4} \frac{(n_э O_{ki} - n_k O_{эi})^2}{O_{ki} + O_{эi}}$$

Мында $n_э$-эксперименталдык топтогу окуучулардын саны, $n_к$-контролдук топтогу окуучулардын саны, $O_{эi}$-i категориясына түшкөн эксперименталдык топтун окуучуларынын саны, $O_{кi}$-i категориясына түшкөн контролдук топтун окуучуларынын саны (i=1,2,3,4).

Эксперименталдык жана контролдук класстардын жыйынтыктоочу текшерүү иштери боюнча X^2 тын эмприкалык маанисин эсептейбиз [42, 103].

Педагогикалык эксперименттерде кабыл алынган маанилүүлүк α=0,05 деңгээлинде жана V=c-1=4-1=3 эркиндик даражасында X^2 тын критикалык мааниси $X^2_{крит} = 7{,}82$.

$$X^2_{эмп} = \frac{1}{76*80}\left[\frac{(76\cdot 12-80\cdot 17)^2}{12+17}+\frac{(76\cdot 39-80\cdot 40)^2}{37+42}+\frac{(76\cdot 20-80\cdot 17)^2}{20+17}+\frac{(76\cdot 5-80\cdot 6)^2}{5+6}\right]=1{,}52$$

7-класстын экспериментке чейинки окуучулардын көнүгүүлөрдү чечүүсү орточо $X^2_{эмп.} < X^2_{крит}$:(1,52<7,82) түзүлдү, демек, контролдук жана эксперименталдык класстардын окуучуларынын билим жана билгичтиктеринде кескин айырма жок.

$$X^2_{эмп} = \frac{1}{76*80}\left[\frac{(76\cdot 4-80\cdot 10)^2}{4+10}+\frac{(76\cdot 23-80\cdot 36)^2}{23+36}+\frac{(76\cdot 32-80\cdot 25)^2}{32+25}+\frac{(76\cdot 17-80\cdot 9)^2}{17+9}\right]=9{,}07$$

Ал эми 7-класстын эксперименттен кийин $X^2_{эмп.} > X^2_{крит}$:(9,07>7,82), демек, эксперименталдык окутуунун натыйжасында контролдук жана эксперименталдык класстардын окуучуларынын билим жана билгичтиктеринде айырма болду. 8-класста болсо экспериментке чейинки $X^2_{эмп} = 2{,}83$, ал эми эксперименттен кийинки $X^2_{эмп} = 8{,}52$. Педагогикалык эксперименттин жыйынтыгы VII-VIII класстарда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү өздөштүрүү жогору, сунушталган методика эффективдүү экендигин көрсөттү (3.2.24; 3.2.6-таблицалар, 3.2.2; 3.2.4-сүрөттөр).

Жыйынтыгын айтканда, диссертациялык иште коюлган милдеттерге ылайык мектептерде жүргүзүлгөн эксперименталдык иштин, аны сапаттык жана сандык анализдөөнүн жыйынтыгы чыгарылды. Негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү эксперименталдык окутууда атайын даярдалган усулдук колдонмону пайдалануунун натыйжалары сунушталган методиканын эффективдүү экендигине ынандырды. Алдын ала айкындалган педагогикалык шарттарды ийкемдүү колдонуу аркылуу негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун методикасын жакшыртуу мүмкүн экендиги тастыкталды.

Үчүнчү глава боюнча тыянак

Үч этаптан турган педагогикалык эксперимент жүргүзүлүп, төмөнкү каражаттар сыноодон өткөрүлдү:

-окутууда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү боюнча каражаттарды колдонулушу;

-“Математикалык маселелерди чыгаруу” боюнча кошумча предметтин тематикалык планы;

-интерактивдик методдордун иштелмеси;

-тесттик тапшырмаларды аткаруунун жыйынтыктары;

-окуучулардын башка предметтерди өздөштүрүүсү;

-мультимедиалык машыктыруучу көнүгүүлөр (интерактивдүү доска, SMART Notebook, learningApps.org, learme.ru).

Педагогикалык эксперименттин жыйынтыктары сандык жана сапаттык жактан анализденип, К. Пирсондун хи-квадрат (X^2) критерийинин негизинде статистикалык жактан иштелип чыкты. Анын жыйынтыгы таблицаларга жана диаграммалар аркылуу көрсөтмөлүү берилди, статистикалык жактан анын натыйжалуулугу тастыкталды.

Алдын ала айкындалган педагогикалык шарттарды ийкемдүү колдонуу аркылуу негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдешөзгөртүп түзүүнү окутуунун методикасын өркүндөтүү толук мүмкүн экендиги тастыкталды.

ИЗИЛДӨӨНҮН НЕГИЗГИ ЖЫЙЫНТЫКТАРЫ

Изилдөө иштин алдына коюлган максатына ылайык тиешелүү милдеттерди чечмелөөнүн натыйжасында төмөндөгүдөй жалпы жыйынтыктар чыгарылды.

1. Тандалып алынган тема боюнча педагогикалык-психологиялык адабияттарга жана илимий булактарга теориялык талдоо жүргүзүүнүн, анын мектеп практикасындагы абалын үйрөнүүнүн натыйжасында негизги мектепте математикалык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуу процессинде бир нечелеген көйгөйлөрдүн бар экендиги аныкталды. Алар туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү айрым этаптарында окуучулардын окуу иш аркеттерин активдештирүүгө арналган атайын көнүгүүлөрдүн жоктугу жана аны ишке ашыруунун технологиялык жактан камсыз болбогону менен мүнөздөлөт. Негизги мектепте туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун орду аныкталып, анын башка мазмундук-методикалык багыттар (сандар, теңдемелер жана барабарсыздыктар, фунция, геометрия) менен байланышы жана мааниси ачып көрсөтүлдү. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун этаптары, калыптандырылуучу билгичтиктердин топтому, аларга коюлуучу талаптар аныкталды.

2. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун жалпы методикалык схемасы түзүлүп, окуучулардын окуу иш аракеттерин активдештирүүчү атайын мультимедиалык-интерактивдүү көнүгүүлөрдү колдонууга карата (сабакта “ротация”, “кластер”, “инсерт” ж.б. методдорду, жекече жана дифференцирленген мамилени ишке ашырууда, теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн алгоритмдерин үйрөтүүдө, чыгаруунун оптималдуу жолдорун табууда, мелдештерди, жарыштарды, тесттерди, оюндарды уюштурууда) методикалык сунуштар берилди.

3. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуунун жалпы методикалык схемасы, теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн ар бир түрүн (бүтүн рационалдык туюнтмаларды, бөлчөктүү рационалдык туюнтмаларды, арифметикалык тамыр катышкан туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү) методикасы сунушталды.

Негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды тендеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутууда заманбап каражаттардын (интерактивдүү доска, LearningApps.org, Learme.ru, SMART Notebook) дидактикалык мүмкүнчүлүктөрү (**жаңы теманы түшүндүрүүдө**: слайддар, чиймелер, анимация аркылуу көрсөтмөлүүлүк принцибин ишке ашыруу; **окуу материалын бышыктоо жана кайталоодо**: онлайн-оюндарды, мелдештерди, көп варианттуу өз алдынча иштерди уюштуруу, ар кандай дидактикалык максаттагы көнүгүүлөрдү жана жекече тапшырмаларды түзүп, сунуштоо; **окуучулар менен кайтарым байланышты түзүүдө:** окуучулардын өзүн-өзү жана бири-бирин текшерүү мүмкүндүгү, үй тапшырмасын аткарууда онлайн-жардам көрсөтүү, көп варианттуу тесттерди берүү, окуу жетишкендиктерин ыкчам баалоо жана көзөмөлдөө) аныкталып, мультимедиалык каражаттарды колдонуу методикасы өркүндөтүлдү.

4. Негизги мектептин математикасында туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда окуучулардын таанып билүү активдүүлүгүн жогорулатуу максатында тести, мультимедиалык көнүгүүлөрдү колдонуу менен атайын моделдин негизинде критерийлери сунушталды:

- *предметтик мазмундагы (математикалык түшүнүктөр, формулалар) маалыматтардын жардамы менен туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө карата көнүгүүлөр аркылуу;*
- *теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткарууда жөнөкөйлөштүрүүнү талап кылуучу көнүгүүлөр системасы аркылуу;*
- *окутуу процессин уюштуруунун жаңы формаларын жана заманбап мультимедиалык каражаттарын колдонуу аркылуу.*

Жогоруда келтирилген критерийлерге таянуу менен атайын иштелип чыккан көнүгүүлөрдүн топтомун колдонуу Негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды тендеш өзгөртүп түзүүнү окутууда атайын көнүгүүлөрдү жана заманбап каражаттарды колдонуунун сунушталган методикасынын эффективдүүлүгү педагогикалык эксперименттин жыйынтыгында тастыкталды.

ПРАКТИКАЛЫК СУНУШТАР

Изилдөөнүн жыйынтыгында мектепте окуу-тарбия ишин уюштурууда колдонууга боло турган төмөнкүдөй сунуштар берилди:

- диссертациялык изилдөөнүн алкагында негизги мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутуу методикасын өркүндөтүү боюнча сунуштарды окуу программаларын, стандарттарды түзүүдө эске алуу;

- жогорку окуу жайында "Рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун усулу" методикалык колдонмону мектеп мугалимдерине сунуштоо;

- туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү окутууда мугалим-окуучу, окуучу-окуучу ортосундагы кайтарым байланышты түзүү максатында интерактивдүү методдорду пайдалануу.

Мындан тышкары изилденип жаткан теманын алкагында математикалык билим берүүнү өркүндөтүү боюнча сунуштар диссертант тарабынан жарыяланган макалаларда да кеңири чагылдырылды.

ПАЙДАЛАНЫЛГАН АДАБИЯТТАРДЫН ТИЗМЕСИ

1. Абдиев, А. Глобалдык билим берүү. Математика боюнча сабактардын фрагменттеринин иштелмелери: (V-VI кл.) [Текст] / А. Абдиев. –Б.:АРХИИЦ, 2007. -112 б.

2. Абдиев, А. Математиканы 5-6 класстарда окутуу: мугалимдер үчүн методикалык колдонмо [Текст] / [А. Абдиев, А. Айылчиев, И. Бекбоев и др.]. – Б.: Педагогика, 2003. -192 б.

3. Абдрахманов, Т.А. Азыркы билим берүүдөгү компетенттик мамиле [Текст]: Окуу-методикалык колдонмо / Т.А. Абдрахманов, М.А. Ногаева. – Б.: 2013. -121 б.

4. Абылгазиев, Б. Математика: Терминдердин түшүндүрмө сөздүгү [Текст] /Б. Абылгазиев, Д. Андашев, Ш. Жапаров ж.б. -Ф.: Кыргыз Совет Энциклопедиясынын Башкы ред., 1989. -208 б.

5. Абылкасымова, А.Е. Алгебра: Учебник для 8 классов общеобразовательных школ [Текст] /А.Е. Абылкасымова, И.Б. Бекбоев, А.А. Абдиев и др. – Алматы: Издательство «Мектеп», 2008. -144 с.

6. Абылкасымова, А.Е. Алгебра: Учебник для 9 классов общеобразовательных школ [Текст] /А.Е. Абылкасымова, И.Б. Бекбоев, А.А. Абдиев и др. – Алматы: Издательство «Мектеп», 2006. -192 с.

7. Абылкасымова, А.Е. Теория и методика обучения математике: дидакто-методические основы [Текст]: учебное пособие/А.Е. Абылкасымова. – Алматы: Мектеп, 2013. – 224 с.

8. Акматкулов, А.А. Проблема повышения математической подготовленности старшеклассников и пути ее решения в средней школе [Текст]: Дис. …канд. пед. наук: 13.00.02 / А.А. Акматкулов. – Бишкек, 1993. -135 с.

9. Алиев, Ш.А. Педагогика багытындагы гуманитардык адистиктердин студенттерине кесипке ылайык математикалык билим берүүнүн илимий-

дидактикалык негиздери [Текст]: дис. … пед илим. доктору: 13.00.02 / Ш.А.Алиев. -Бишкек, 2005. -295 с.

10. Алтыбаева, М.А. Орто мектепте математиканы окутуунун методикасы [Текст]/ М.А. Алтыбаева. – Ош: 2004. -235 б.

11. Амонашвили, Ш.А. Педагогикалык изденүү [Текст]/ Ш.А.Амонашвили, С.Н. Лысенкова, ж.б.; Сөз башын жазган М.Н. Скаткин; Түз. И.Н.Баженова; Котор, И.Бекбоев, ж.б. – Ф.: Мектеп, 1989. -608 б.

12. Бабанский, Ю.К. Педагогика [Текст] / Под ред. Ю.К. Бабанского. – М.: Просвещение, 1983. – 608 с.

13. Бабанский, Ю.К. Оптимизация учебно-воспитательского процесса [Текст] . – М.: Просвещение, 1982. -192 с.

14. Байгазиев, С. Окутуунун интерактивдик методу [Текст]: мугалимдер үчүн / С. Байгазиев: Кыргыз билим берүү академиясынын кабарлары., Педагог кадрлардын билимин жогор. борбору. – Б.: 2004, -27 б.

15. Байзаков, А. Алгебра [Текст]: 8-кл. үчүн окуу китеби / А.Байзаков, А.Саадабаев, – Б.: Aditi 2009. -208 б.

16. Байсалов, Ж.У. Александриялык мектептин элементардык математиканын өнүгүшүнө кошкон салымы [Текст] /Ж.У. Байсалов. – Бишкек, 2002. – 123 б.

17. Барыбин, К.С. Методика преподавания алгебры [Текст]: Пособие для учителей /К.С. Барыбин. – М.: Просвещение, 1965.

18. Бейшеналиева, Н. Туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүү боюнча түшүнүктөрдү калыптандыруу [Текст] / Н. Бейшеналиева. // И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин жарчысы, -Бишкек, 2013. -33-37 бб.

19. Бекбоев И.Б. Из истории развития педагогической науки в Кыргызстане [Текст]: К 50-летию Кыргызского института образования. 1951-2001. –Вып. 1. Вып. 2. / Под общ. ред. И.Б. Бекбоева. – Б.: Педагогика, 2003. -204 с.

20. Бекбоев, И. Азыркы сабакты даярдап өткөрүүнүн технологиясы [Текст] / И. Бекбоев, А. Алимбеков. –Б.: Бийиктик, 2011. -192 б.

21. Бекбоев, И. Математика. Жалпы билим берүүчү орто мектептер үчүн программа [Текст] / И. Бекбоев, М. Иманалиев, А. Абдиев.V-XI кл.: 3-бас. – Б.: 2006. -46 б.

22. Бекбоев, И. Математика. Орто мектептин 6-классы үчүн окуу китеби [Текст] / И. Бекбоев, А. Абдиев, А. Айылчиев ж.б. – Бишкек: Шам, 1999. –204 б.

23. Бекбоев, И. Сабактын опималдуу вариантын даярдап өткөрүү методикасы [Текст]: Мугалимдер үчүн / И. Бекбоев, А.И. Тимофеев. –Ф.: Мектеп, 1988. -200 б.

24. Бекбоев, И. Таалим-тарбиянын сегиз ачкычы [Текст] / И.Б. Бекбоев //КББАнын Кабарлары. – Б.: 2008. -№2.

25. Бекбоев, И. Усулдарды жаңылоо – турмуш зарылдыгы [Текст] / И.Бекбоев//Шоокум, 2009. -№ 3.

26. Бекбоев, И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери [Текст] / И.Б. Бекбоев. - Б.: Педагогика, 2003. -304 б.

27. Бекбоев, И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери. 3-басылышы [Текст] /И.Б. Бекбоев. - Б.: Улуу тоолор, 2015. -384 б.

28. Бекбоев, И.Б. ж.б. Математика [Текст]: Орто мектептин 5-кл. үчүн окуу китеби / И. Бекбоев, А. Абдиев, А. Айылчиев ж.б. -Б.:Билим, 2005. -256 б.

29. Бекбоев, И.Б. ж.б. Математика [Текст]: Орто мектептин 6-кл. үчүн окуу китеби / И. Бекбоев, А. Абдиев, А. Айылчиев ж.б. -Б.: Билим, 2006. -14 б.т.

30. Бекбоев, И.Б. Математиканы окутуу процессинде окуучуларга эстетикалык тарбия берүү [Текст]:Окуу методикалык колдонмо / И.Б. Бекбоев, Б.М. Биймурсаева. – Бишкек, 2003. -75 б.

31. Бекбоев, И.Б. Материалдын маани-маңызын жеткире түшүндүрүп окутуу системасын түзүү (окуу материалын аңдап өздөштүрүүнүн жаңыча жолу) [Текст]/ И.Б. Бекбоев // Известия Кыргызской академии образования.

Матер. межд. науч.-практ. конфер. «Состояние качества образования и его перспективы», посвященной к 80-летию Народного учителя КР, чл.-корр. НАН КР, д.п.н., проф. И.Б.Бекбоева. – Бишкек, 2010. – С.3-8.

32. Бекбоев, И.Б. Окуучулардын математикалык билимин терендетүүнүн маселелери [Текст] /И.Б. Бекбоев. - Ф.: Мектеп, 1974. -118 б.

33. Биймурсаева, Б.М. Математиканы окутуу процессинде окуучуларга эстетикалык таалим-тарбия берүүнүн илимий-методикалык негиздери [Текст]: дис. … пед. ил. Канд: 13.00.02/ Б.М. Биймурсаева. –Бишкек, 2010. -140 б.

34. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе [Текст]/ В.М. Брадис. –М.: Просвещение, 1954. -503 с.

35. Васин, А. А. Исследование операций : учебное пособие для вузов [Текст] / А. А. Васин, П. С. Краснощеков, В. В. Морозов. -М.: Академия, 2008. – 463 с.

36. Виленкин, Н.Я. Математика. Орто мектептин 5-классы үчүн окуу китеби [Текст] /Н.Я. Виленкин, А.С.Чесноков, ж.б. –Б.:«Мектеп», 1995. -309 б.

37. Виленкин, Н.Я. Математика. Орто мектептин 6-классы үчүн окуу китеби [Текст] /Н.Я. Виленкин, А.С.Чесноков, ж.б. –Б.:«Мектеп», 1996. -257 б.

38. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. курса математики [Текст] / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. -М.: Просвещение, 1992. -270 б.

39. Гальперин, П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка [Текст] / П.Я. Гальперин. – М.: Издательство МГУ, 1985. -245 с.

40. Глейзер, Г.И. История математики в школе 7-8 классы [Текст]: Пособие для учителей / Г.И. Глейзер. –М.: Просвещение, 1982. -240 с.

41. Гнеденко, Б.В. Математика и математическое образование в современном мире [Текст] / Б.В. Гнеденко. –М.: Просвещение, 1985. -192 с.

42. Грабарь, М.И. Применение математической статистики педагогических исследованиях. Непараметрические методы [Текст] / М.И. Грабарь, К.А. Краснянская. –М.: Педагогика, 1977. -136 с.

43. Груденов, Я.И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике [Текст] / Я. И. Груденов. – М.: Педагогика, 1987. -159 с.

44. Давыдов, В.В. Виды обобщения в обучении [Текст] / В.В. Давыдов. – Москва, 1972. -397 с.

45. Давыдов, В.В. Методология и методика психолого-педагогического исследования [Текст] / В.В.Давыдов. Обрацов и др. – М.: Логос, 2006. -128 с.

46. Дадаян, А.А. Математика для педагогических училищ [Текст]: Учебник / А.А.Дадаян. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 512 с.

47. Далингер, В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике [Текст] / В.А. Далингер. – М.: Просвещение, 1991. -80 с.

48. Денищева, Л.О. Планирование обязательных результатов обучения математике [Текст] / Л.О. Денищева.- М.: Просвещение, 1989.

49. Джапарова С.Н. Математикалык туюнтманы өндүрүмдүүлүк, пропорция аркылуу теңдеш өзгөртүп түзүү [Текст] / С.Н.Джапарова, С.Макеева // Вестник Иссык-Кульского университета, -Каракол, 2008. № 21. -162-165 бб.

50. Джапарова С.Н. Теңдештиктерди окутуунун жаңы технологиялары [Текст] / С.С.Салыков, С.Н.Джапарова, С.Макеева // И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин жарчысы, -Бишкек, 2012. № 2. -211-213 бб.

51. Джапарова, С.Н. Рационалдык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү окутуунун усулу (методикалык колдонмо) [Текст]. / С.Н.Джапарова // К.Тыныстанов ат. ЫМУ. - Каракол, 2012. -72 б.

52. Доржиева, И.В. Алгебраические преобразования в курсе математики основной школы [Текст]: дисс. канд.пед.наук. 13.00.02 / И.В. Доржиева. – Москва, 1999. -136 с.

53. Жоокаев, Ж. Окуучулардын көңүл буруусун өстүрүү [Текст]: Мугалимдер үчүн колдонмо/ Ж.Жоокаев. –Ф.: Мектеп, 1984. -68 б.

54. Жумабаева, Г.А. Адептик аң-сезимдүүлүккө тарбиялоонун педагогикалык жана психологиялык аспектилери [Текст]: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо / Г.А. Жумабаев. – Б.: 2009, -243 б.

55. Жусупов, К. 9-класстын алгебрасын окутуу методикасы [Текст] / К.Жусупов. -Б.: «Турар», 2012

56. Жусупов, К. Математиканы 5-6-класстарда окутуу [Текст] /К. Жусупов //Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо. -Б.: 2018. -84 б.

57. Жусупов, К. Орто мектеп. 5-кл. үчүн окуу китеби [Текст] /К. Жусупов. -Б.: «Турар», 2018. -288 б.

58. Жусупов, К. Орто мектеп. 6-кл. үчүн окуу китеби [Текст] /К. Жусупов. -Б.: 2018. -280 б.

59. Загвязинский, В.И. Методология и методы психолого педагогического исследования [Текст]: учебное пособие для студентов вузов / В.И.Загвязинский, Р.Атаханов. – М., 2001. – 224 с.

60. Закон КР «Об образовании» от 15.04.2015. №82 г. Бишкек.

61. Закон КР «Об образовании» от 23.08.2011. №496.

62. Закон КР «Об образовании» от 30.07.2003. №8 (ред. От 30.07.2013).

63. Ибраева, Н.И. Алгебра: Жалпы билим берүүчү орто мектептин 7-классы үчүн окуу китеби [Текст] / Н.И. Ибраева, А.К. Касымов. – Б.: Aditi, 2009. -168 б.

64. Ивенин, В.В. Математика в задачах с решениями [Текст]: Учебное пособие для ССУЗов / В.В. Ивенин, А.В. Ивенин. – СПб.: Лань, 2012. – 464 с.

65. Ивлиев, А.Д. Математика в задачах с решениями [Текст]: Учебное пособие / А. Д. Ивлиев. – СПб.: Лань, 2014. -464 с.

66. Ильина, Н.А. Взаимосвязь изучения тождественных преобразований функций и уравнений в курсе алгебры восьмилетней школы [Текст]: дисс. канд.пед.наук. 13.00.02 / Ильина Н.А. – Москва, 1989. -204 с.

67. Иманалиев М. Жалпы билим берүүчү орто мектептер үчүн математиканын базалык курсунун программасы [Текст] /Түзүүчүлөр: М.Иманалиев, И. Бекбоев, А. Абдиев. – Бишкек: Мектеп, 1993. – 35 с.

68. Иманалиев, М. Алгебра. Жалпы билим берүүчү орто мектептин 9-классы үчүн окуу китеби [Текст] / М. Иманалиев, А. Асанов, К. Жусупов ж.б. – Б.: «Билим-компьютер», 2012. -224 б.

69. Иманалиев, М. Алгебра: Жалпы билим берүүчү орто мектептин 9-кл. үчүн окуу китеби [Текст] / М. Иманалиев, А. Асанов, К. Жусупов, С.Искандаров. -Б.: «Билим», 2006. -256 б.

70. Исаков, А. Педагогикалык кесипке киришүү [Текст] / А. Исакова. – Бишкек, 2008.

71. Калдыбаев, С.К. Алгебра 7-класс. Тесттик тапшырмалар жыйнагы [Текст] / С.К.Калдыбаев, Д.М.Ажыбаев, М.М.Бекежанов. –Б.:Педагогика, 2008. –124 б.

72. Калмыкова, З.И. Психологические принципы развивающего обучения [Текст] / З.И. Калмыкова. –М.: Знание. 1979. -№ 5. -48 с.

73. Кибардина, Л.П. Формирование познавательного интереса школьников содержанием учебного материала [Текст] / Л.П. Кибардина. – Фрунзе: Мектеп, 1990. -36 с.

74. Кожогелдиев, А.С. Педагогикалык психология [Текст]: Окуу куралы / А.С. Кожогелдиев. – Б.: Айат, 2011. -110 б.

75. Кожогельдиева, К.М. Тарбиялоонун психологиялык өзгөчөлүктөрү [Текст]: Окуу-усулдук куралы / К.М. Кожогельдиева. – Бишкек, 2014, 68 б.

76. Колягин, Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе [Текст]: Общая методика / Ю.М. Колягин и др. - М.: Просвещение 1980. - 368 с.

77. Колягин, Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе [Текст]: Частные методики / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин и др. -М.: Просвещение, 1977. - 480 с.

78. Коменский, Я.А. Избранные педагогические починения [Текст]: /В 2-х т./ Под ред. А.И.Пискунова. –М.: Педагогика, 1982, т.I. -656 с.

79. Копченова, Н.В. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст]: Учебное пособие / Н.В. Копченова, И.А. Марон. – СПб.: Лань, 2009. -368 с.

80. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников [Текст] / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1988. -409 с.

81. Кудрявцев, Л. Д. Современная математика и ее преподавание [Текст] / Л. Д. Кудрявцев. – М.: Наука. 1980. -144 с.

82. Курамаева, Т. А. Жогорку окуу жайында математиканы компьютердик технологиянын жардамы менен программалап окутуу (гуманитардык адистиктер үчүн) [Текст]: Пед. илимд. канд…. автореф. 13.00.02 / Т.А.Курамаева. – Бишкек, 2013. – 22 б.

83. Курамаева, Т.А. Математиканы окутууда заманбап компьютердик технологияны эффективдүү колдонуу кесиптик компетенттүүлүк калыптандыруунун бир шарты [Текст] / Т.А. Курамаева, А. Бокобаева // Известия ВУЗов Кыргызстана: Республиканский научно- теоретический журнал. -2016. –N 5 –С. 35-37.

84. Кыдыралиев, К. Этнопедагогика-улуттук куракгагы таанып-билүү [Текст] / К. Кыдыралиев. – Бишкек, 2010.

85. Кыргыз Республикасынын мектептеринде предметтик билим берүүнү жаңылоонун концепциялары [Текст]. – Бишкек. 1995. -93-99 б.

86. Леднев, В.С. Содержание образования: сущность, структура, перспективы [Текст] / В.С. Леднев. – М.: Высшая школа, 1991. -224 с.

87. Леонтьев, А.Н. Деятельность. Сознание. Личность [Текст] / А.Н.Леонтьев. –М.: Политиздат, 1975. -304 с.

88. Лернер, И.Я. Качество знаний учащихся, какими они должны быть? [Текст] / И.Я. Лернер. – М.: Знание, 1978. – 48 с.

89. Лернер, И.Я. Методы обучения //Дидактика средней школы. 2-ое изд. [Текст] / И.Я. Лернер. –М.: Просвещение, 1982. –С. 184-215.

90. Лернер, И.Я. Развитие мышления учащихся в процессе обучения истории [Текст] / И.Я. Лернер. – М.: Просвещение. 1982. – 191 с.

91. Лихачев, Б. Педагогика [Текст] / Б. Лихачев. – М.: Юрайт. 1999. -384 с.

92. Майлиев, Ш.М. Математиканы окутуунун методикасы [Текст] / Ш.М.Майлиев, Г.Т. Мунапысова. – Б.: 2005. – 106 б.

93. Макаренко, А.С. Книга для родителей:Лекции о воспитании [Текст] / А.С.Макаренко. – М.:Правда, 1985. – 448 с.

94. Макарычев, Ю.Н. Алгебра орто мектептердин 8-классы үчүн окуу китеби [Текст] /Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк ж.б. – М.: Просвещение, 1993. – 300 с.

95. Макарычев, Ю.Н. Алгебраны 7-класста окутуу. Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо [Текст]/ Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк и др. – Ф.: Мектеп, 1981. – 264 с.

96. Макарычев, Ю.Н. Алгебра в 6-8 классах [Текст]: Пособие для учителя. / Ф.М. Баргунова, А.А. Бесчинская, Л.О. Денищева и др.: Сост. Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк. – М.: Просвещение, 1988. – 384 с.

97. Макарычев, Ю.Н. Алгебра. Орто мектептин 7-классы үчүн окуу китеби [Текст] /Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, ж.б. -Б.: Мектеп, 2003. -301 б.

98. Макарычев, Ю.Н. Алгебраны 6-класста окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык курал [Текст] /Ю.Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.С.Муравин ж.б. – Ф.: Мектеп, 1979. – 252 б.

99. Мамбетакунов, Э. М. Чет өлкөлөрдөгү билим берүү системасы жөнүндө [Текст] / Э. Мамбетакунов. – Б.:Кесип, 1995. -38 б.

100. Мамбетакунов, Э. Педагогиканын негиздери [Текст]: Жогорку жана орто окуу жайларынын студенттери менен мектеп мугалимдери үчүн окуу куралы / Э. Мамбетакунов, Т.М. Сияев. – Б.: Айат, 2008. -304 б.

101. Мамбетакунов, Э. Физиканы окутуу теориясы жана практикасы [Текст] /Э.Мамбетакунов. Кырг. Респ. Билим берүү м-лиги, Ж.Баласагын атындагы КУУ, НМУ. –Б.: «МОК» басма борбору, 2004. -490 б.

102. Мамбетакунов, Э.М. Методология и качество педагогических исследований [Текст] / Э.М.Мамбетакунов. –Бишкек, КНУ им. Ж.Баласагын, второе изд., 2012. – 103 с.

103. Мамбетакунов, Э.М. Педагогикалык изилдөөлөрдүн методологиясы жана технологиясы [Текст] /Э.М.Мамбетакунов. –Бишкек, Техник ББ, 2015. – 128 б.

104. Математика. Жалпы билим берүүчү мектептер үчүн программа V-XI–класс [Текст] / Түзгөндөр: М. Иманалиев, И. Бекбоев, А.Абдиев. –Б.: 2003.-96 б.

105. Математика. Жалпы билим берүүчү уюмдар үчүн программа V-IX класстар [Текст] / Түзгөндөр: Е.Е. Син, К.Ө. Самсалиева. –Бишкек, 2018. (протокол №11, 27-ноябрь 2015)

106. Матюшкина, А.М. Развитие творческой активности школьников [Текст] / А.М. Матюшкина. – М.: Педагогика. 1991. -160 с.

107. Моркин, С.А. Приемы построения алгоритмов, как средство обучения тождественным преобразованиям в курсе алгебры Автореф.дисс. канд.пед.наук. 13.00.02 /С.А. Моркин. – Москва, 1990. -18 с.

108. Мукамбетова, С. А. Математиканы орто мектептерде окутууда жаңы информациялык технологияларды колдонуунун айрым өзгөчөлүктөрү [Текст] / С.А. Мукамбетова. – Бишкек, 2012. №2, -193-195 бб.

109. Назаров, М.Н. ж.б. Орто мектепте математиканы окутуу [Текст] / М.Н. Назаров ж.б. – Ош, 1999. -280 б.

110. Новиков, А.М. Научно-экспериментальная работа в образовательном учреждении [Текст]/ А.М. Новиков. – М., 1998. – 134 с.

111. Новиков, Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях [Текст]/ Д.А. Новиков. – М.: МЗ-Пресс, 2004. -67с.

112. Одинамадов, К.О. Методика обучения тождественным преобразованиям в курсе алгебры неполной средней школы на основе формирования приемов учебной деятельности [Текст]: Автореф.дисс. канд.пед.наук. 13.00.02 / К.О. Одинамадов. – Москва, 1991. -16 с.

113. Оморов, Ш. Д. Педагогикалык практика учурунда болочоктогу математика мугалимдеринин кесипке калыптануусунун илимий-методикалык негиздери [Текст] / Ш. Д. Оморов: Пед. илимд. канд. … автореф. – Бишкек, 2014. -23 б.

114. Онолбаев М.Б. Методические основы развития логического мышления учащихся X-XI классов в процессе решения нестандартных задач по алгебре [Текст]: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / М.Б. Онолбаев. –Бишкек, 2008. -150 б.

115. Погорелов, А.В. Геометрия. Орто мектептердин 7-11 класстары үчүн окуу куралы [Текст] / А.В.Погорелов. – Ф.: Мектеп, 1989. -389 б.

116. Рахимова, М.Р. Педагогиканын теориясы, системасы жана технологиясы [Текст] / М.Р. Рахимова. – Б.: 2003, 212 б.

117. Ремчукова И.Б. Математика. 5-8 классы: Игровые технологии на уроках [Текст] /авт. –сост. И.Б. Ремчукова. - Волгоград: Учитель, 2007. -94 с.

118. Романов, П.Ю. Роль задач в формировании навыков тождественных преобразований в курсе алгебры неполной средней школы [Текст]: Автореф.дисс. канд.пед.наук. 13.00.02 / П.Ю. Романов. – М., 1990. -16 с.

119. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии. в двух томах [Текст] / Сост. И авт. Коммент. К.А. Абульханова-Славская. – М.:Педагогика, 1989. – Т.1. -488 с.

120. Саалаев, Ы. Окутуунун интерактивдүү методу [Текст] / Ы. Саалаев. - Б.:Салам, 2007.

121. Саламатов, Ж. Алгебра жана анализдин башталышы: Орто мектептердин 10-классы үчүн окуу китеби [Текст] / Ж. Саламатов, М. Жураев, Т. Аманкулов. – Б.: Педагогика, 2002. -176 б.

122. Салиева, Г. Деңгээлдеп окутуунун формалары [Текст] / Г. Салиева, К. Самалиева // Ж. Баласагын ат. Кыргыз улуттук университетинин Жарчысы. – Сер. 5. Чыгарылышы 1. – Бишкек, 2006. -72-75 бб.

123. Салыков, С.С. Тригонометриялык туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүнү орто мектепте окутуунун технологиялары [Текст] (методикалык колдонмо) / С.С. Салыков, С.Н. Джапарова, М.Т. Назарбаева // К. Тыныстанов ат. ЫМУ. -Каракол, 2013. -84 б.

124. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе [Текст] / Г.И. Саранцев. – М.: Просвещение, 2002. -224 с.

125. Саранцев, Г.И. Современный урок математики [Текст] / Г.И. Саранцев // Математика в школе, -2006. № 7. -с.50-

126. Саранцев, Г.И. Упражнения в обучении математике [Текст] / Г.И.Саранцев. – М.: Просвещение, 1995.

127. Седова, Е.А. Вычисления и преобразования как основа общеобразовательного курса математики в старшей школе [Текст]: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02/Е.А. Седова.- М., 1996.- 18 с.

128. Селевко, Г. К. Современные образовательные технологии [Текст] / Г. К. Селевко. – М.: Народное образование, 1998. -256 с.

129. Син, Е.Е. Средства обучения как возможных показатель технологичности учебного процесса [Текст] / Е.Е. Син. // И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин жарчысы,– Бишкек, 2013. -101-104 бб.

130. Сияев, Т.М. Физика боюнча маселелердин чыгарылыштары: окуу куралы [Текст] / Т.М. Сияев, В.Т. Бугубаева, З.Э. Жамакеева. – Б.: Технология, 2000. -115 б.

131. Сластенин, В.А. Педагогика [Текст] / В.А.Сластенин, И.Ф.Исаев, А.И.Мищенко и др. // Учеб. пос. - М.:Школа –Пресс, 2000.

132. Слепкань, З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике [Текст] / З.И. Слепкань. - М.: Просвещение, 1998.

133. Стамалиева, К.А. Математика адистигиндеги 1-2-курстардагы студенттердин өз алдынча таанып билүүсүн активдештирүүнүн дидактикалык негиздери [Текст]: пед. илимд. канд. … автореф. 13.00.02 / К.А. Стамалиева. – Бишкек, 2009. -23 б.

134. Стефановой, Н.Л. Методика и технология обучения математике [Текст]: Курс лекций: пособие для вузов/ Под ред. Н.Л.Стефановой, Н.С.Подходовой. – М.: Дрофа, 2005.

135. Столяр, А.А. Методы обучения математике [Текст]. –В кн.: Методика преподавания математики. Общая методика: Учебн. Пособие для студентов пед. ин-тов по спец. 2104. «Математика» и 2105 «Физика» / А.Я.Блох, Е.С.Канин, Н.Г.Килина и др.; Сост. Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. - М.: Просвещение, 1985. –С .82-147.

136. Султанбаев, М. Алгебра боюнча маалымдама. 7-класс. [Текст] /М.Султанбаев. –Б.: 2017. 150 б.

137. Султанбаев, М. Алгебра боюнча маалымдама. 8-класс. [Текст] /М.Султанбаев. –Б.: 2017. 104 б.

138. Сухомлинский, В.А. Мугалимге жүз насаат [Текст] /В.А.Сухомлинский. – Ф.:Мектеп, 1987. -256 б.

139. Тагаева Д.А. Орто мектепте геометрияны окутуу процессинде окуучулардын чыгармачылык жөндөмдүүлүктөрүн өнүктүрүүнүн дидактикалык шарттары [Текст]: 13.00.02 Пед. илимд. канд…. автореф.: 13.00.02. Д.А. Тагаева - Бишкек, 2017. -22 б.

140. Тагаева, Г.С. PISA эл аралык изилдөөсүнө даярданабыз: КРнын мугалимдери үчүн колдонмо [Текст]: Кырг. Респ. Билим берүү жана илим министрлиги. Кырг. Билим берүү академиясы./ Г.С.Тагаева, У.Э.Мамбетакунов. –Б.: 2019. -48 б.

141. Төрөгелдиева, К. М. Математиканы окутуу теориясы жана методикасы [Текст]: (I -бөлүк) / К. М. Төрөгелдиева. – Б.: 2014. -271 б.

142. Төрөгелдиева, К. М. Математиканы окутуу теориясы жана методикасы [Текст]: (I I -бөлүк) / К. М. Төрөгелдиева. – Б.: 2014. -316 б.

143. Төрөгелдиева, К.М. Кыргыз Республикасында келечектеги математика мугалимдерин даярдоонун илимий-методикалык негиздери [Текст]: Пед. илимдеринин док-к дисс. … авторефераты 13.00.02 / К. М.Төрөгелдиева. – Бишкек, 2007. – 46 б.

144. Төрөгелдиева, К.М. Математиканы окутуунун методикасы боюнча студент-математиктердин өз алдынча иштери [Текст] / К. М.Төрөгелдиева. – Бишкек, 2007. – 115 б.

145. Төрөгелдиева, К.М.Математиканын тарыхы [Текст] /К. М. Төрөгелдиева. – Б., 2003. -228 б.

146. Төрөгелдиева, К.М. Орто мектепте математиканы окутуунун методикасы [Текст]: (I-бөлүк) / К. М. Төрөгелдиева. – Бишкек, 2006. – 136 б.

147. Турдубаева, К. Т. Болочок математика мугалиминин кесиптик компетентүүлүгүн калыптандыруу (математиканы окутуунун методикасы

дисциплинасынын мисалында) [Текст]: Пед. илимд. канд. … автореф. 13.00.02 / К. Т. Турдубаева. – Бишкек, 2013. -24 б.

148. Фаддеев, Д.К. Алгебра 6-8. [Текст] / Д.К. Фаддеев. - М.: Просвещение, 1983. -272 б.

149. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе [Текст] / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 1983. -160 с.

150. Хачатурян, И.В. Практическое руководство по решению задач по алгебре в 7-9 классах [Текст] / И.В. Хачатурян. – М.: Яхонт, 2000. –

151. Черкасов, Р.С. Методика преподавания математики в средней школе [Текст].: Общая методика. / Сост. Р.С.Черкасов, А.А.Столяр - М.: Просвещение, 1985. -336 с.

152. Шадрикова, В.Д. Подготовка учителя математики [Текст]: Инновационные подходы: Учебное пособие / Под ред. В.Д. Шадрикова. – М.:Гардарики, 2002. -383 с.

153. Шамова, Т.И. Активизация учения школьников [Текст]: Серия «Педагогика и психология» / Т.И.Шамова. – М.: Знание, 1979. -№ 7. –94 с.

154. Эрдниев, П.М. Преподавание математики в школе [Текст] / П.М.Эрдниев. – М.: Просвещение, 1978. -302 с.

Интернет-булактар:

155. http://www. mathtest.ru.

156. https://ky.wikipedia.org › wiki.

157. https://learme.ru/lp/450742

158. https://learme.ru/lp/569642

159. https://learningapps.org/

160. https://learningapps.org/8719913

161. https://learningapps.org/display?v=pvbmj6mr319

162. https://learningapps.org/view8751881.

163. https://learningapps.org/view9011102

164. https://learningapps.org/view9137492

165. https://learningapps.org/view9155533

166. https://learningapps.org/view9240437
167. https://learningapps.org/view9349064
168. https://learningapps.org/view9365197
169. https://learningapps.org/view9371109
170. https://www.yaklass.ru

ТИРКЕМЕЛЕР